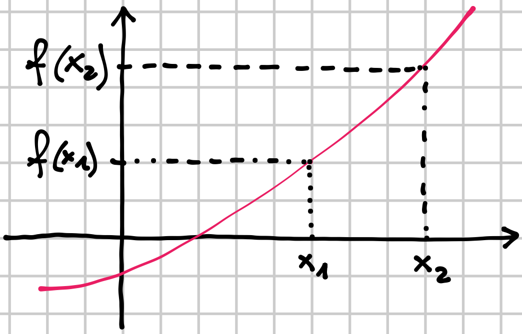
FUNZIONI (STRETTAMENTE) MONOTÒNE

$f: D \to \mathbb{R}$ è STRETTAMENTE CRESCENTE se

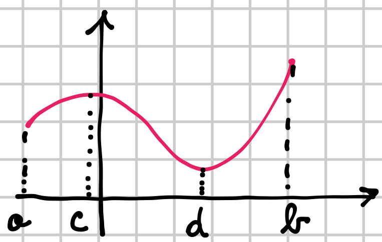
$$\forall x_1, x_2 \in D \qquad x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$$



$f: D \to \mathbb{R}$ è STRETTAMENTE DECRESCENTE se

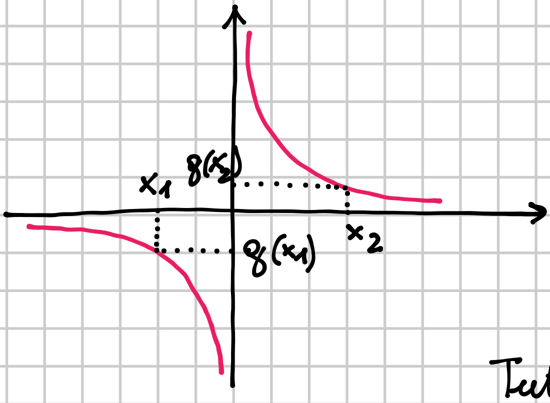
$$\forall x_1, x_2 \in D \qquad x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$$

Una funzione è STRETTAMENTE MONOTÒNA se è o strett. crescente o strett. decrescente



$f: [a, b] \to \mathbb{R}$ NON è strett. monotona in $[a, b]$, ma lo è nei tre sottointervalli $[a, c]$ (dove è strett. crescente), $[c, d]$ (dove è strett. decrescente) e $[d, b]$ (dove è ancora strett. crescente)

$g: \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \qquad g(x) = \frac{1}{x}$

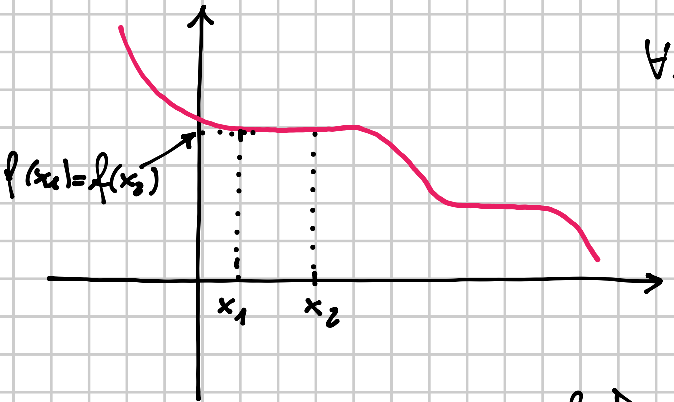


È strett. decrescente in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$? NO
Infatti se $x_1 < 0$ e $x_2 > 0$ si ha che $x_1 < x_2$, ma $g(x_1)$ non è maggiore di $g(x_2)$.

Tuttavia è strett. decrescente in ciascuno dei due intervalli $(-\infty, 0)$ e $(0, +\infty)$, presi <u>SINGOLARMENTE</u> (NON CON L'UNIONE!)

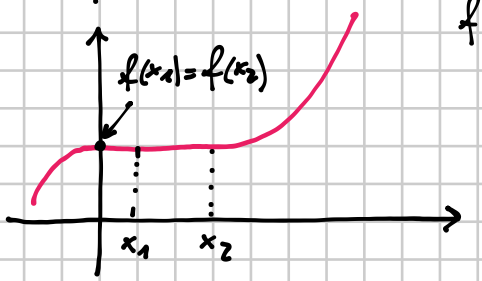
$f: D \to \mathbb{R}$ è DECRESCENTE IN SENSO LATO se

$$\forall x_1, x_2 \in D \qquad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$



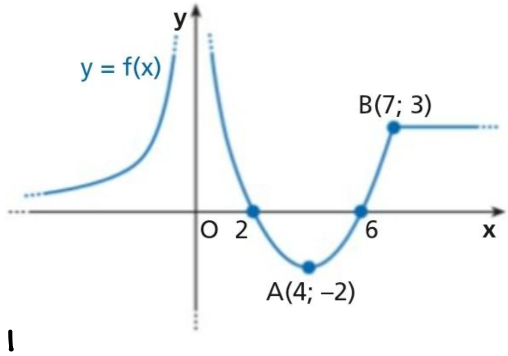
$f: D \to \mathbb{R}$ è CRESCENTE IN SENSO LATO se

$$\forall x_1, x_2 \in D \qquad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$



Una funzione strett. crescente è anche crescente in senso lato.
Una funzione strett. decrescente è anche decrescente in senso lato.

245 **COMPLETA** utilizzando i dati dal grafico:



a. dominio: $x \neq$ 0;

b. insieme immagine: $y \geq$ -2;

c. $f(7) =$ 3; $f(2) =$ 0; $f(6) =$ 0;

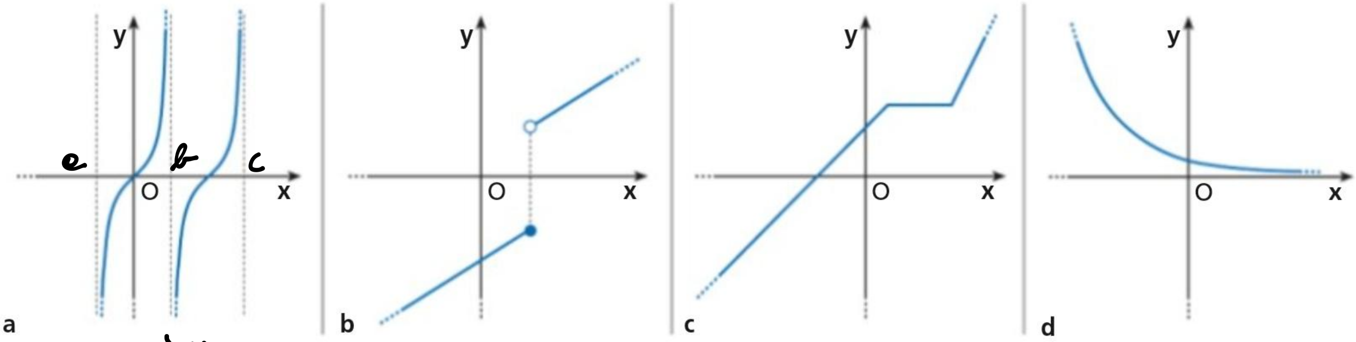
d. $f($4$) = -2$;

e. f è STRETT. crescente in $]-\infty;$ 0 $[$ e $[$4$; 7]$; ← NON nella loro unione!

f. f è decrescente in $]0;$ 4 $[$.

↑ si poteva dire anche]0, 4]

246 **LEGGI IL GRAFICO** Indica quali tra i seguenti grafici rappresentano funzioni crescenti o decrescenti nel loro dominio, precisando se lo sono in senso stretto o in senso lato.



a: NON MONOTÒNA NEL SUO DOMINIO, MA LO È NEI 2 SOTTOINTERVALLI (a, b) e (b, c)

b: STRETT. CRESCENTE

c: CRESCENTE IN SENSO LATO

d: STRETTAMENTE DECRESCENTE

248 Dimostra che la funzione $f(x) = -\dfrac{x}{2} + 4$ è decrescente.

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ Devo dimostrare che $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Prendo $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ tali che $x_1 < x_2$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{2}x_1 < \frac{1}{2}x_2$$

$$\Downarrow$$

$$-\frac{1}{2}x_1 > -\frac{1}{2}x_2$$

cambiando i segni la disuguaglianza si inverte

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{-\frac{1}{2}x_1 + 4}_{f(x_1)} > \underbrace{-\frac{1}{2}x_2 + 4}_{f(x_2)}$$

$f(x_1) > f(x_2)$ C.V.D