263 $y = x^2 - x^3$

PARI / DISPARI ?

$D = \mathbb{R}$

$f(-x) = (-x)^2 - (-x)^3 = x^2 + x^3 \neq \begin{cases} f(x) = x^2 - x^3 \\ -f(x) = -x^2 + x^3 \end{cases}$

265 $y = x\sqrt[3]{x}$

$D = \mathbb{R}$

$f(-x) = (-x) \cdot \sqrt[3]{(-x)} = x \cdot \sqrt[3]{x} = f(x)$ PARI

In generale: il prodotto di due funzioni PARI è PARI
il prodotto di due funzioni DISPARI è PARI
il prodotto di una funz. PARI e di una DISPARI è DISPARI

DIMOSTRAZIONE

1) f, g PARI, allora $f(-x) = f(x)$ e $g(-x) = g(x)$

$f(x) \cdot g(x)$ è la funzione prodotto

$\underbrace{f(-x) \cdot g(-x)}_{\text{valore che la funzione prodotto assume in } -x} = \underbrace{f(x) \cdot g(x)}_{\text{valore che la funz. prodotto assume in } x}$ PARI

2) f, g DISPARI, allora $f(-x) = -f(x)$ $g(-x) = -g(x)$

$f(-x) \cdot g(-x) = (-f(x)) \cdot (-g(x)) = f(x) \cdot g(x)$ PARI

3) f PARI g DISPARI $f(-x) = f(x)$ $g(-x) = -g(x)$

$f(-x) \cdot g(-x) = f(x) \cdot (-g(x)) = -f(x) \cdot g(x)$ DISPARI

266 $y = \sqrt{x^4 - 3x^2}$

$x^4 - 3x^2 \geq 0 \qquad x^2(x^2 - 3) \geq 0$

$x^2 > 0 \quad \forall x \neq 0$

$x^2 - 3 > 0 \quad x < -\sqrt{3} \vee x > \sqrt{3}$

		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$	
x^2	$+$		$+$	0	$+$		$+$
x^2-3	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

$x \leq -\sqrt{3} \quad \vee \quad x = 0 \quad \vee \quad x \geq \sqrt{3}$

$D = (-\infty, -\sqrt{3}] \cup \{0\} \cup [\sqrt{3}, +\infty)$

DOMINIO SIMMETRICO RISP. A O

$f(-x) = \sqrt{(-x)^4 - 3(-x)^2} = \sqrt{x^4 - 3x^2} = f(x)$ PARI

272 $y = \dfrac{\sqrt[3]{-x}}{2x^2 + 3}$ $\qquad D = \mathbb{R}$

$f(-x) = \dfrac{\sqrt[3]{-(-x)}}{2(-x)^2 + 3} = -\dfrac{\sqrt[3]{-x}}{2x^2 + 3} = -f(x)$ DISPARI

TEOREMINO

$f : D \to \mathbb{R}$ tale che $\forall x \in D,\ -x \in D$ (dominio simmetrico)

Se f è PARI e DISPARI, allora $f(x) = 0 \quad \forall x \in D$ (funzione nulla)

DIMOSTRAZIONE

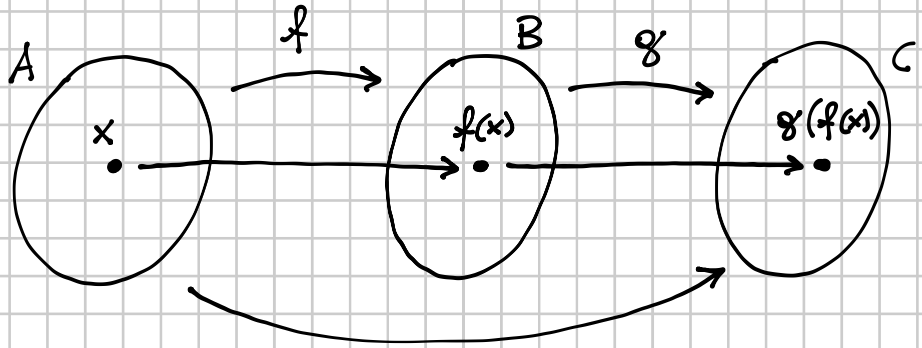
Preso un qualunque $x \in D$ $\qquad f(x) = f(-x)$ perché f PARI

$f(-x) = -f(x)$ perché f DISPARI

dunque $f(x) = -f(x) \Rightarrow f(x) + f(x) = 0 \Rightarrow 2f(x) = 0 \Rightarrow f(x) = 0$ QED

FUNZIONI COMPOSTE

$f: A \to B \qquad g: B \to C$



$g \circ f$

g COMPOSTO f

(g DOPO f)

$g \circ f : A \to C$

$(g \circ f)(x) = g(f(x))$

ESEMPI

1) $f(x) = 3x + 1 \qquad g(x) = -2x + 3$

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x+1) = -2(3x+1) + 3 = -6x - 2 + 3 = -6x + 1$

$g \circ f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(-2x+3) = 3(-2x+3) + 1 = -6x + 9 + 1 = -6x + 10$

$f \circ g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

In generale $f \circ g \neq g \circ f$

Comporre una funzione con la sua inversa dà sempre x (funzione IDENTITÀ)

$f(f^{-1}(x)) = x \qquad f^{-1}(f(x)) = x$