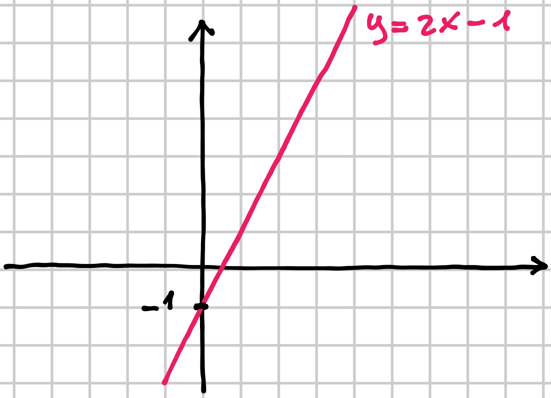
**5** ......../20

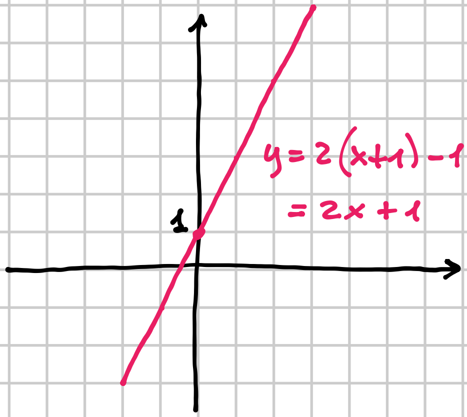
Data la funzione $y = f(x)$ di equazione $y = 2x - 1$, scrivi l'equazione di $y = f'(x)$ ottenuta traslando $y = f(x)$ secondo il vettore $\vec{v}\,(-1; 0)$ e disegna i grafici delle due funzioni.

$\vec{v}(-1,0)$

$\underbrace{\longleftarrow}_{|\vec{v}|=1}$

TRASLAZIONE VERSO SINISTRA DI 1




$y = 2(x+1) - 1$

$y = 2x + 2 - 1$

$y = 2x + 1$

**3** ......../20

Considera le funzioni $f(x) = 3x$ e $g(x) = \dfrac{x}{2} - 5$ e scrivi l'espressione analitica di $f^{-1}$, $g^{-1}$, $f \circ g$ e $(f \circ g)^{-1}$.

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ entrambe iniettive, quindi invertibili

1) $f(x) = 3x \qquad y = 3x \xrightarrow{\text{RICAVO } x} x = \dfrac{y}{3} \xrightarrow{\text{SCAMBIO } x \text{ E } y} y = \dfrac{x}{3} \qquad f^{-1}(x) = \dfrac{x}{3}$

2) $g(x) = \dfrac{x}{2} - 5 \qquad y = \dfrac{x}{2} - 5$

$2y = x - 10$

$x = 2y + 10 \xrightarrow{\text{SCAMBIO } x \text{ E } y} y = 2x + 10 \qquad g^{-1}(x) = 2x + 10$

Per controllare che $g$ è iniettiva

$g(x_1) = g(x_2)$

$\dfrac{x_1}{2} - 5 = \dfrac{x_2}{2} - 5$ aggiungo 5

$\dfrac{x_1}{2} = \dfrac{x_2}{2}$ moltiplico per 2

$x_1 = x_2$

3) $f \circ g$ $\qquad f(x) = 3x \qquad g(x) = \frac{x}{2} - 5$

$f \circ g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{x}{2} - 5\right) = 3\left(\frac{x}{2} - 5\right) =$

$$= \frac{3}{2}x - 15$$

4) $(f \circ g)^{-1}$

$$y = \frac{3}{2}x - 15$$

$$\frac{3}{2}x = y + 15$$

$$3x = 2y + 30$$

$$x = \frac{2}{3}y + 10 \rightsquigarrow y = \frac{2}{3}x + 10$$

$$(f \circ g)^{-1}(x) = \frac{2}{3}x + 10$$

**4** ......../25 Data la funzione $f(x) = 2x^3 - 1$, trova la sua inversa $f^{-1}$ e dimostra che $f$ e $f^{-1}$ sono funzioni crescenti.

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ BIETTIVA

$f(x) = 2x^3 - 1 \qquad y = 2x^3 - 1$

$$2x^3 = y + 1$$

$$x^3 = \frac{y+1}{2}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{y+1}{2}} \longrightarrow y = \sqrt[3]{\frac{x+1}{2}} \qquad f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x+1}{2}}$$

DIMOSTRO CHE $f$ È STRETT. CRESCENTE

Da vedere è: $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R} \quad x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

$$x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^3 < x_2^3 \Rightarrow 2x_1^3 < 2x_2^3 \Rightarrow 2x_1^3 - 1 < 2x_2^3 - 1$$

Per $f^{-1}$

$$x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 + 1 < x_2 + 1 \Rightarrow \frac{x_1+1}{2} < \frac{x_2+1}{2} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{x_1+1}{2}} < \sqrt[3]{\frac{x_2+1}{2}}$$

DISEGNARE

$$y = 2x^2 - 4|x| + 2.$$

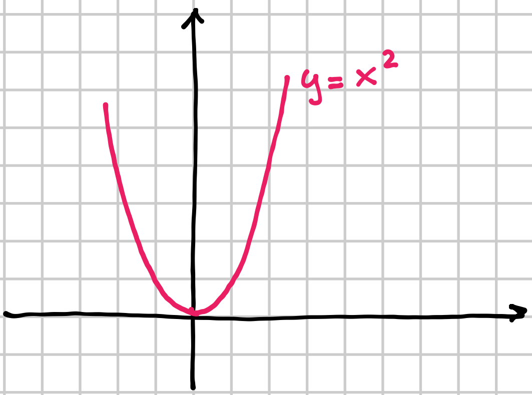
$|x|^n = x^n$ se $n$ è PARI

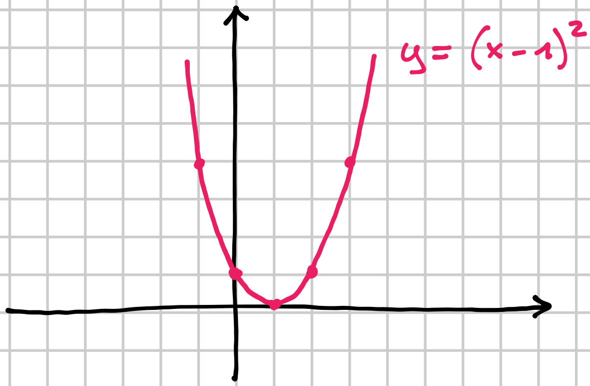
$$y = 2|x|^2 - 4|x| + 2$$

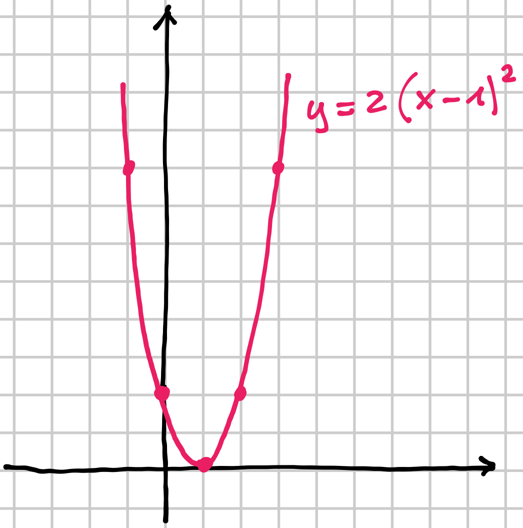
Disegno prima $y = 2x^2 - 4x + 2$ (come parabola), poi passo a $f(|x|)$

$$y = 2(x^2 - 2x + 1)$$

$$y = 2(x-1)^2$$




$f(|x|)$