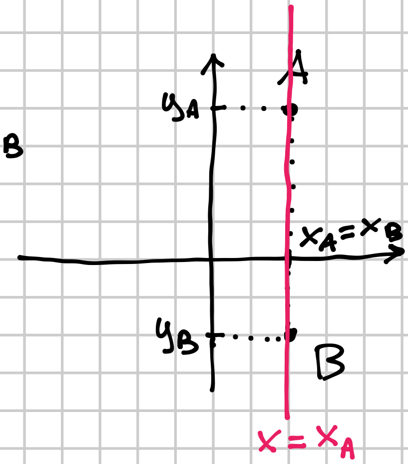
RETTA PER DUE PUNTI

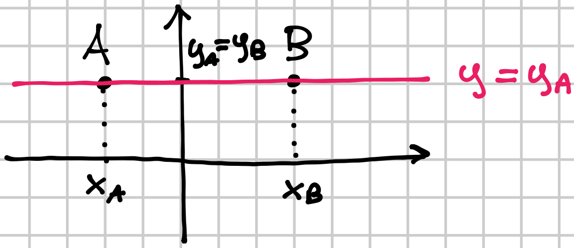
$A(x_A, y_A)$

$B(x_B, y_B)$

Se A, B nella stessa verticale $x_A = x_B$

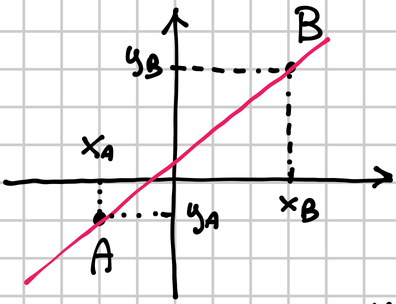


Se A, B nella stessa orizzontale $y_A = y_B$



$A(x_A, y_A)$ $\quad x_A \neq x_B$

$B(x_B, y_B)$ $\quad y_A \neq y_B$



DA TROVARE

$$y = mx + q$$

A, B devono soddisfare l'equazione della retta

$$\begin{cases} y_A = m x_A + q \\ y_B = m x_B + q \end{cases}$$

$$y_A - y_B = m x_A - m x_B$$

$$y_A - y_B = m(x_A - x_B)$$

$$\boxed{m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}}$$

coefficiente angolare della retta AB

$$y_A = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} x_A + q \qquad q = y_A - \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} x_A$$

La retta che cercavo è $\quad y = mx + q \implies y = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} x + y_A - \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} x_A$

$$y - y_A = \left(\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}\right)(x - x_A)$$

$$y - y_A = \left(\frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}\right)(x - x_A)$$

$$\frac{y - y_A}{y_A - y_B} = \frac{x - x_A}{x_A - x_B}$$

$$\boxed{\frac{y - y_A}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A}}$$

EQ. RETTA PER A, B (né sulla stessa orizzontale, né sulla stessa verticale $x_A \neq x_B$ e $y_A \neq y_B$)

ESEMPIO

Scrivere l'eq. della retta per $A(1,-2)$ e $B(-3,5)$, dopo aver trovato il coeff. angolare.

coeff. angolare $\quad m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-2-5}{1-(-3)} = \frac{-7}{4} = -\frac{7}{4}$

retta AB $\quad \frac{y-(-2)}{5-(-2)} = \frac{x-1}{-3-1}$

$$\frac{y+2}{7} = \frac{x-1}{-4}$$

$$y + 2 = -\frac{7}{4}(x-1)$$

$$y = -\frac{7}{4}x + \frac{7}{4} - 2$$

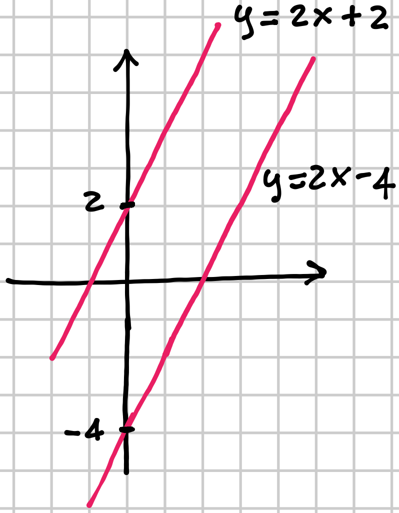
$$\boxed{y = -\frac{7}{4}x - \frac{1}{4}}$$

RETTE PARALLELE E RETTE PERPENDICOLARI IN FORMA ESPLICITA

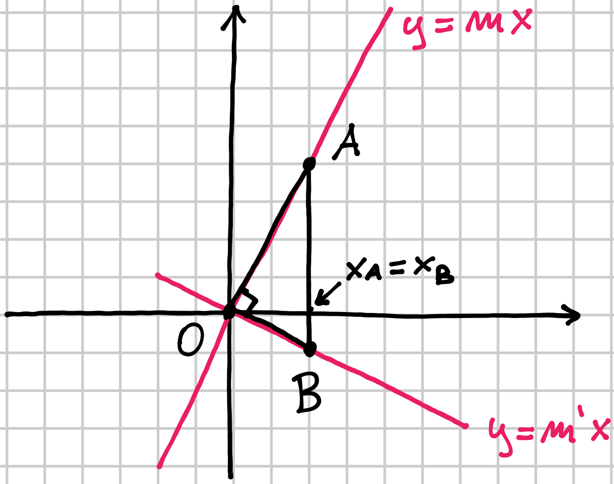
$y = mx + q$ $\qquad\qquad$ $y = m'x + q'$

1) PARALLELE SSE $m = m'$

se e solo se



2) PERPENDICOLARI SSE $m \cdot m' = -1$ $\left(m' = -\frac{1}{m} \right)$ m e m' SI DICONO ANTIRECIPROCI



$A(x_A, m x_A)$

$B(x_B, m' x_B)$

$\overline{AB}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{OA}^2$ TH. DI PITAGORA

$$\underbrace{(x_A - x_B)^2}_{0} + (m x_A - m' x_B)^2 = x_B^2 + (m' x_B)^2 + x_A^2 + (m x_A)^2$$

$$(m x_A - m' x_A)^2 = x_A^2 + (m' x_A)^2 + x_A^2 + (m x_A)^2$$

$$\cancel{m^2 x_A^2} + \cancel{m'^2 x_A^2} - 2mm' x_A^2 = x_A^2 + \cancel{m'^2 x_A^2} + x_A^2 + \cancel{m^2 x_A^2}$$

$$-2mm' x_A^2 = 2x_A^2$$

$$mm' = \frac{2\cancel{x_A^2}}{-2\cancel{x_A^2}} = -1$$

RETTE PARALLELE E PERPENDICOLARI
IN FORMA IMPLICITA

$ax + by + c = 0 \qquad a'x + b'y + c' = 0$

$m = -\dfrac{a}{b} \qquad m' = -\dfrac{a'}{b'}$

1) PARALLELISMO $\quad m = m' \Rightarrow -\dfrac{a}{b} = -\dfrac{a'}{b'} \Rightarrow \dfrac{a}{b} = \dfrac{a'}{b'}$

$\Rightarrow \boxed{\dfrac{a}{a'} = \dfrac{b}{b'}}$ CONDIZIONE DI PARALLELISMO IN FORMA IMPLICITA

$\boxed{ab' - a'b = 0}$

$3x - 2y + 1 = 0$
$-6x + 4y + 7 = 0$ sono parallele

2) PERPENDICOLARITÀ $\quad m \cdot m' = -1 \Rightarrow \left(-\dfrac{a}{b}\right) \cdot \left(-\dfrac{a'}{b'}\right) = -1$

$$\frac{aa'}{bb'} = -1$$

$$aa' = -bb'$$

$\boxed{aa' + bb' = 0}$ CONDIZIONE DI PERPENDICOLARITÀ IN FORMA IMPLICITA

$3x - 2y + 5 = 0$
$x + \dfrac{2}{3}y - 8 = 0$

SONO PERPENDICOLARI

$$3 \cdot \frac{2}{3} + (-2) \cdot 1 = 0$$