425 Sia M il punto medio del segmento di estremi $A(3; 2)$ e $B(1; 6)$. Scrivi l'equazione della retta r passante per M e parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante. Determina poi il punto di intersezione tra la retta r e la retta s di equazione $y = 3x - 2$. $[y = x + 2; M(2; 4)]$

BISETTRICE I-III QUAD. $y = x \Rightarrow m = 1$

$M_{AB}\left(\frac{3+1}{2}, \frac{2+6}{2}\right) = (2, 4)$ $\quad x_0, y_0$

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 4 = 1 \cdot (x - 2)$

$y = x - 2 + 4 \quad \boxed{y = x + 2}$ r

$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = 3x - 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 2 = 3x - 2 \\ y = x + 2 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x = 4 \\ y = x + 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow M(2, 4)$

429 Scrivi l'equazione della retta che passa per il punto $C(-2; 3)$ ed è perpendicolare alla retta passante per $A(2; 5)$ e $B(-3; -1)$. $[5x + 6y - 8 = 0]$

$x_0 \; y_0$

$m_{AB} = \frac{5-(-1)}{2-(-3)} = \frac{6}{5}$

$m' = -\frac{5}{6}$ coeff. angolare della perpendicolare (antireciproco)

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 3 = -\frac{5}{6}(x + 2)$

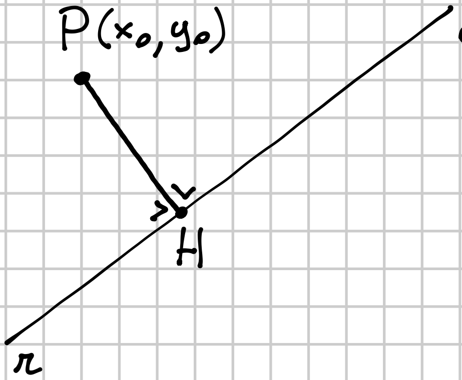
$y - 3 = -\frac{5}{6}x - \frac{5}{3}$

$y = -\frac{5}{6}x - \frac{5}{3} + 3 \Rightarrow y = -\frac{5}{6}x + \frac{4}{3}$ forma esplicita

$6y = -5x + 8$

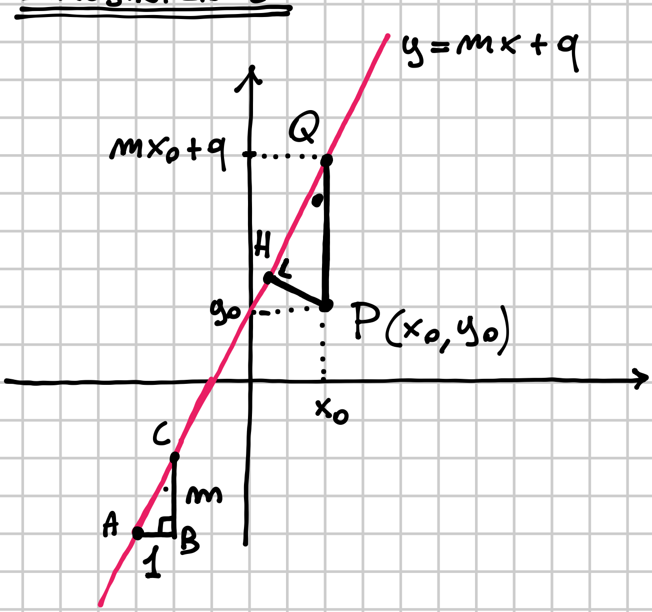
$\boxed{5x + 6y - 8 = 0}$

DISTANZA PUNTO - RETTA



$$d(P, r) = \overline{PH} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

DIMOSTRAZIONE



$Q\,(x_0, mx_0 + q)$

$P\,(x_0, y_0)$

$\overline{PQ} = |mx_0 + q - y_0|$

ABC e PHQ sono triangoli SIMILI (perché rettangoli e $P\hat{Q}H \cong B\hat{C}A$)

$\overline{AB} : \overline{PH} = \overline{AC} : \overline{PQ}$

$1 : \overline{PH} = \sqrt{m^2+1} : |mx_0 + q - y_0|$

$$\overline{PH} = \frac{|mx_0 + q - y_0|}{\sqrt{m^2+1}}$$

$ax + by + c = 0$

$\Downarrow$

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

$m = -\frac{a}{b} \qquad q = -\frac{c}{b}$

$\Downarrow$

$$\overline{PH} = \frac{\left|-\frac{a}{b}x_0 - \frac{c}{b} - y_0\right|}{\sqrt{\frac{a^2}{b^2} + 1}} =$$

$$= \frac{\left|\frac{-ax_0 - c - by_0}{b}\right|}{\sqrt{\frac{a^2+b^2}{b^2}}} =$$

$$= \frac{\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\cancel{|b|}}}{\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\cancel{|b|}}} \Longrightarrow \boxed{\overline{PH} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

464 Data la retta di equazione $(2+3k)\,x+(1-k)\,y-3-2k=0$, trova per quali valori di k la sua distanza dal punto $P(4;\,4)$ è uguale a $\frac{9}{5}\sqrt{5}$. $\left[k=0 \vee k=-\frac{3}{7}\right]$

$$d(P,r)=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\frac{9}{5}\sqrt{5}=\frac{|(2+3k)\cdot 4+(1-k)\cdot 4-3-2k|}{\sqrt{(2+3k)^2+(1-k)^2}}$$

$$\frac{|8+12k+4-4k-3-2k|}{\sqrt{4+9k^2+12k+1+k^2-2k}}=\frac{9}{5}\sqrt{5}$$

$$\frac{|6k+9|}{\sqrt{10k^2+10k+5}}=\frac{9}{5}\sqrt{5}$$

$$|6k+9|=\frac{9}{5}\sqrt{5}\cdot\sqrt{10k^2+10k+5}$$

$$|6k+9|=\frac{9}{\cancel{5}}\cancel{\sqrt{5}}\cdot\cancel{\sqrt{5}}\cdot\sqrt{2k^2+2k+1}$$

$$\cancel{3}\,|2k+3|=\overset{3}{\cancel{9}}\sqrt{2k^2+2k+1}$$

$$|2k+3|=3\sqrt{2k^2+2k+1}$$

elevo al quadrato

$$4k^2+9+12k=9\,(2k^2+2k+1)$$

$$4k^2+\cancel{9}+12k=18k^2+18k+\cancel{9}$$

$$14k^2+6k=0 \qquad k(14k+6)=0 \quad \begin{cases} k=0 \\ k=-\frac{6}{14}=-\frac{3}{7}\end{cases}$$

$$\boxed{k=0 \ \vee \ k=-\frac{3}{7}}$$