465 Calcola le coordinate dei punti della retta di equazione $x - 3y - 2 = 0$ che hanno distanza $2\sqrt{5}$ dalla retta di equazione $y = 2x + 1$. $\rightarrow$ $2x - y + 1 = 0$ [(− 7; − 3), (5; 1)]

$P(x, y)$
DA TROVARE

$$\begin{cases} x - 3y - 2 = 0 \\ \dfrac{|2x - y + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = 2\sqrt{5} \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 3y + 2 \\ \dfrac{|2(3y+2) - y + 1|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \end{cases}$$

$$|6y + 4 - y + 1| = 10$$

$$|5y + 5| = 10 \qquad 5y + 5 = \pm 10 \Rightarrow y + 1 = \pm 2 \quad \begin{cases} y = -3 \\ y = 1 \end{cases}$$

$y = -3 \Rightarrow x = 3(-3) + 2 = -7$

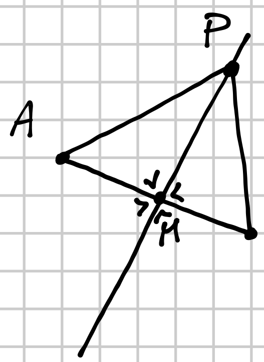
$y = 1 \Rightarrow x = 3 \cdot 1 + 2 = 5$

$$\boxed{\begin{matrix} P_1(-7, -3) \\ P_2(5, 1) \end{matrix}}$$

ASSE DI UN SEGMENTO

Dati due punti $\underbrace{A(x_A, y_A) \text{ e } B(x_B, y_B)}_{\text{DISTINTI}}$, l'ASSE DEL SEGMENTO AB

è il LUOGO GEOMETRICO dei punti del piano equidistanti da A e da B



$\overline{PA} = \overline{PB}$

$P(x, y)$

$$\overline{PA} = \overline{PB}$$

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$\boxed{(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = (x - x_B)^2 + (y - y_B)^2}$$

EQUAZIONE DELL'ASSE DI AB

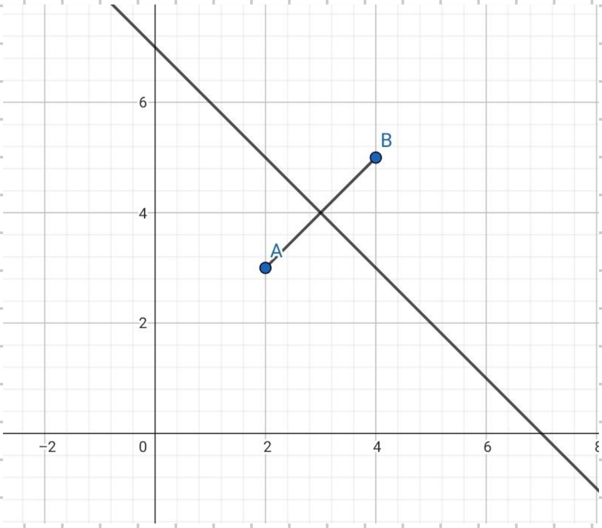
484 $A(2;3)$, $B(4;5)$. TROVARE L'EQ. DELL'ASSE DI AB

$$(x-2)^2+(y-3)^2=(x-4)^2+(y-5)^2$$

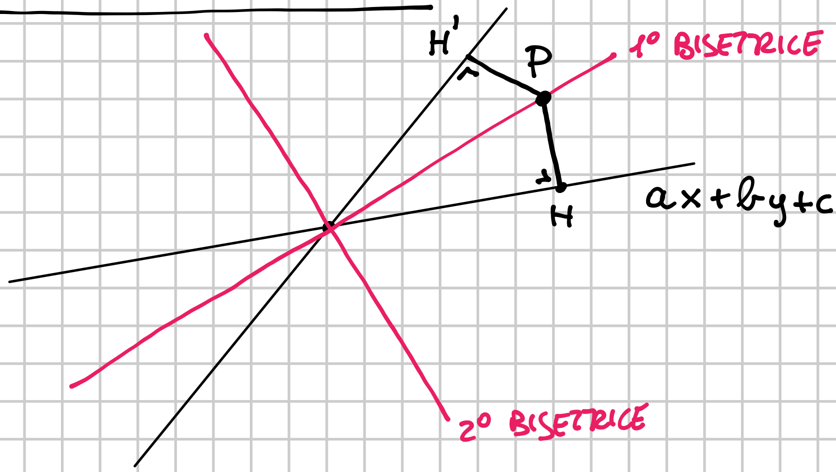
$$\cancel{x^2}+4-4x+\cancel{y^2}+9-6y=\cancel{x^2}+16-8x+\cancel{y^2}+25-10y$$

$$4x+4y-28=0$$

$$\boxed{x+y-7=0}$$



EQUAZIONE DELLE BISETTRICI DEGLI ANGOLI FORMATI DA 2 RETTE INCIDENTI



$\overline{PH}=\overline{PH'}$

$P(x,y)$

$$\frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|a'x+b'y+c'|}{\sqrt{a'^2+b'^2}}$$

$$\frac{ax+by+c}{\sqrt{a^2+b^2}}=\pm\frac{a'x+b'y+c'}{\sqrt{a'^2+b'^2}}$$

497 $x + 6y + 2 = 0, \qquad 6x + y - 1 = 0.$

Trovare le 2 bisettrici

$$\frac{x+6y+2}{\sqrt{1^2+6^2}} = \pm \frac{6x+y-1}{\sqrt{6^2+1^2}}$$

1ª BISETTRICE

$$\frac{x+6y+2}{\cancel{\sqrt{37}}} = \frac{6x+y-1}{\cancel{\sqrt{37}}}$$

$5x - 5y - 3 = 0$ (1ª bis.)

2ª BISETTRICE

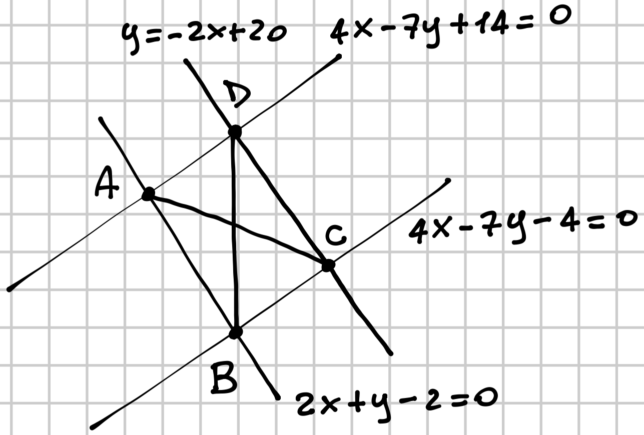
$$\frac{x+6y+2}{\cancel{\sqrt{37}}} = - \frac{6x+y-1}{\cancel{\sqrt{37}}}$$

$x + 6y + 2 = -6x - y + 1$

$7x + 7y + 1 = 0$ (2ª bis.)

522 Un parallelogramma $ABCD$ ha i lati AB, BC e DA che si trovano rispettivamente sulle rette di equazioni $2x + y - 2 = 0$, $4x - 7y - 4 = 0$ e $4x - 7y + 14 = 0$.
Sapendo che C ha coordinate $(8; 4)$, determina le coordinate degli altri vertici del parallelogramma e del punto di incontro delle diagonali.

[$A(0; 2)$, $B(1; 0)$, $D(7; 6)$, $M(4; 3)$]



$AB \rightarrow 2x+y-2=0 \qquad y=-2x+2$

$BC \rightarrow 4x-7y-4=0 \qquad y=\frac{4}{7}x-\frac{4}{7}$

$DA \rightarrow 4x-7y+14=0 \qquad y=\frac{4}{7}x+2$

$$A\begin{cases}4x-7y+14=0\\2x+y-2=0\end{cases} \qquad \begin{cases}4x-7(-2x+2)+14=0\\y=-2x+2\end{cases} \qquad \begin{cases}4x+14x-\cancel{14}+\cancel{14}=0\\y=-2x+2\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=0\\y=2\end{cases} \qquad \boxed{A(0,2)}$$

$$B\begin{cases}4x-7y-4=0\\2x+y-2=0\end{cases} \qquad \begin{cases}4x-7(-2x+2)-4=0\\y=-2x+2\end{cases} \qquad \begin{cases}4x+14x-14-4=0\\y=-2x+2\end{cases}$$

$$\begin{cases}18x=18\\y=-2x+2\end{cases} \qquad \begin{cases}x=1\\y=0\end{cases} \qquad \boxed{B(1,0)}$$

Per trovare D trovo la parallela alla retta AB passante per $C(8,4)$

$\Downarrow$

$y=-2x+2$

$\uparrow$

$m=-2$

$y-4=-2(x-8)$

$y-4=-2x+16 \qquad y=-2x+20$

$$D \begin{cases} y=-2x+20 \\ 4x-7y+14=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=-2x+20 \\ 4x-7(-2x+20)+14=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=-2x+20 \\ 4x+14x-140+14=0 \end{cases}$$

$$18x=126$$

$$x=\frac{126}{18}=7$$

$$\begin{cases} x=7 \\ y=-14+20=6 \end{cases} \qquad \boxed{D(7,6)}$$

$A(0,2)$ $B(1,0)$ $C(8,4)$ $D(7,6)$

1ª diagonale AC

$$\frac{y-2}{4-2}=\frac{x-0}{8-0} \qquad \frac{y-2}{\cancel{2}}=\frac{x}{\cancel{8}4} \qquad 4y-8=x$$

$$\Downarrow$$

$$x-4y+8=0$$

2ª diagonale BD

$$\frac{y-0}{6-0}=\frac{x-1}{7-1}$$

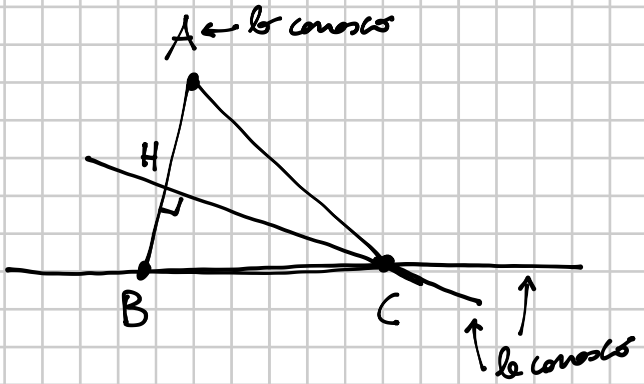
$$\frac{y}{\cancel{6}}=\frac{x-1}{\cancel{6}} \qquad y=x-1$$

$$M \begin{cases} x-4y+8=0 \\ y=x-1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x-4(x-1)+8=0 \\ y=x-1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x-4x+4+8=0 \\ y=x-1 \end{cases} \qquad \begin{cases} -3x=-12 \\ y=x-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases} \qquad \boxed{M(4,3)}$$

523 Il vertice A di un triangolo ABC ha coordinate $(-2; 3)$; si sa che l'altezza uscente dal vertice C ha equazione $x - y - 2 = 0$ e che l'equazione del lato BC è $2x - 3y - 2 = 0$. Calcola le coordinate degli altri due vertici del triangolo e la sua area.

$\left[C(4; 2), B(1; 0); \frac{15}{2}\right]$



$$C \begin{cases} x-y-2=0 \\ 2x-3y-2=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=y+2 \\ 2(y+2)-3y-2=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=y+2 \\ 2y+4-3y-2=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=y+2 \\ -y=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2+2=4 \\ y=2 \end{cases} \quad \boxed{C(4,2)}$$

AB è la perpendicolare a CH passante per $A(-2,3)$

$$x-y-2=0 \quad m_{CH}=1 \Rightarrow m_{AB}=-1$$

$$y-3=-(x+2) \Rightarrow y=-x-2+3$$

$$y=-x+1 \quad AB$$

$$B \begin{cases} y=-x+1 \\ 2x-3y-2=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=-x+1 \\ 2x-3(-x+1)-2=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=-x+1 \\ 2x+3x-3-2=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=0 \\ x=1 \end{cases}$$

$B(1,0)$

$A(-2,3)$ $B(1,0)$ $C(4,2)$

L'altezza CH è la distanza di C da AB $(x+y-1=0)$

$$\overline{CH}=\frac{|4+2-1|}{\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{2}} \qquad \underset{\text{base}}{\overline{AB}}=\sqrt{(-2-1)^2+(3-0)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$$

$$\mathcal{A}_{ABC}=\frac{1}{2}\overline{AB}\cdot\overline{CH}=\frac{1}{2}3\cancel{\sqrt{2}}\cdot\frac{5}{\cancel{\sqrt{2}}}=\boxed{\frac{15}{2}}$$