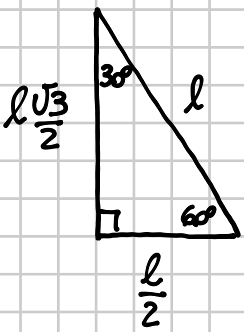
# DIVAGAZIONE




RICORDARE BENE

QUESTA SITUAZIONE !!

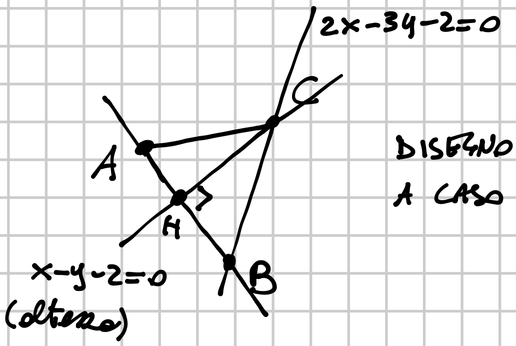
**523** Il vertice $A$ di un triangolo $ABC$ ha coordinate $(-2; 3)$; si sa che l'altezza uscente dal vertice $C$ ha equazione $x - y - 2 = 0$ e che l'equazione del lato $BC$ è $2x - 3y - 2 = 0$. Calcola le coordinate degli altri due vertici del triangolo e la sua area.

$\left[C(4; 2), B(1; 0); \frac{15}{2}\right]$

altezza uscente da C

$x - y - 2 = 0 \perp AB$

$BC: 2x - 3y - 2 = 0$




DISEGNO A CASO

$$C \begin{cases} x - y - 2 = 0 \\ 2x - 3y - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 2 \\ 2(y+2) - 3y - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = y + 2 \\ 2y + 4 - 3y - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = y + 2 \\ -y + 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \quad C(4, 2)$$

retta per A perpendicolare a CH $\qquad m_{CH} = 1 \Rightarrow m_{AB} = -1$

$\Downarrow$

$$y - 3 = -1 \cdot (x + 2) \qquad y = -x - 2 + 3 \Rightarrow y = -x + 1 \text{ retta } AB$$

$$B \begin{cases} y = -x + 1 \\ 2x - 3y - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -x + 1 \\ 2x - 3(-x + 1) - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = -x + 1 \\ 2x + 3x - 3 - 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$A(-2, 3) \quad B(1, 0) \quad C(4, 2)$$

$A(-2,3)\quad B(1,0)\quad C(4,2)$

AREA

METODO 1: $\mathcal{A} = \frac{1}{2} b h$

BASE $\overline{AB} = \sqrt{(-2-1)^2+(3-0)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

ALTEZZA: distanza di C dalla retta AB: $y=-x+1 \Rightarrow x+y-1=0$

$$h = \frac{|4+2-1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \qquad \mathcal{A} = \frac{1}{2} 3\cancel{\sqrt{2}} \cdot \frac{5}{\cancel{\sqrt{2}}} = \frac{15}{2}$$

METODO 2:

$$\det = \left|\begin{array}{ccc|cc} -2 & 3 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 4 & 2 \end{array}\right| = -2\cdot0\cdot1 + 3\cdot1\cdot4 + 1\cdot1\cdot2 - (1\cdot0\cdot4 - 2\cdot1\cdot2 + 3\cdot1\cdot1) =$$

$$= 12 + 2 - (-4+3) =$$

$$= 12 + 2 + 1 = 15$$

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2}|\det| = \frac{1}{2}|15| = \frac{15}{2}$$

**617** **a.** Studia il fascio di rette di equazione $(k+2)x-(1-2k)y+5=0$, indicando con $a$ la retta del fascio che non viene rappresentata da alcun valore di $k$.

**b.** Determina la retta $r$ del fascio che interseca l'asse $y$ nel punto avente per ordinata la soluzione positiva dell'equazione $t^4-4t^2=0$.

**c.** Individua la retta $s$ del fascio di equazione $x+(k+1)y-3+k=0$ perpendicolare alla retta $r$.

**d.** Calcola l'area del quadrilatero convesso individuato dalle rette $r$, $s$, $a$ e dalla retta $b$ del secondo fascio che non corrisponde ad alcun valore di $k$.

[a) fascio proprio di centro $(-2;1)$, $a$: $x+2y=0$; b) $r$: $x-2y+4=0$; c) $s$: $2x+y-7=0$; d) 12]

a) $kx+2x-y+2ky+5=0 \Rightarrow 2x-y+5+k(x+2y)=0$

retta esclusa $a$: $x+2y=0$

$\begin{cases} 2x-y+5=0 \\ x+2y=0 \end{cases} \quad \begin{cases} -4y-y+5=0 \\ x=-2y \end{cases} \quad \begin{cases} y=1 \\ x=-2 \end{cases} \Rightarrow C(-2,1)$ FASCIO PROPRIO

b) $t^4-4t^2=0 \quad t^2(t^2-4)=0 \Rightarrow t=0 \vee t=-2 \vee t=2$

$P(0,2)$ retta PC $\quad \dfrac{y-2}{1-2}=\dfrac{x}{-2} \qquad \dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{x}{-2}$

$2y-4=x \Rightarrow r: x-2y+4=0$

c) $x+(k+1)y-3+k=0$ retta del fascio perpendicolare a $r$ è tale che (uso la condizione $aa'+bb'=0$) $\quad 1\cdot 1+(k+1)\cdot(-2)=0$

$1-2k-2=0 \quad -2k=1 \quad k=-\dfrac{1}{2}$

$x+\left(-\dfrac{1}{2}+1\right)y-3-\dfrac{1}{2}=0$

$x+\dfrac{1}{2}y-\dfrac{7}{2}=0 \Rightarrow s: 2x+y-7=0$

d) retta $b$: $x + ky + y - 3 + k = 0$ $\qquad x + y - 3 + k\underbrace{(y+1)}= 0$

$\Downarrow$

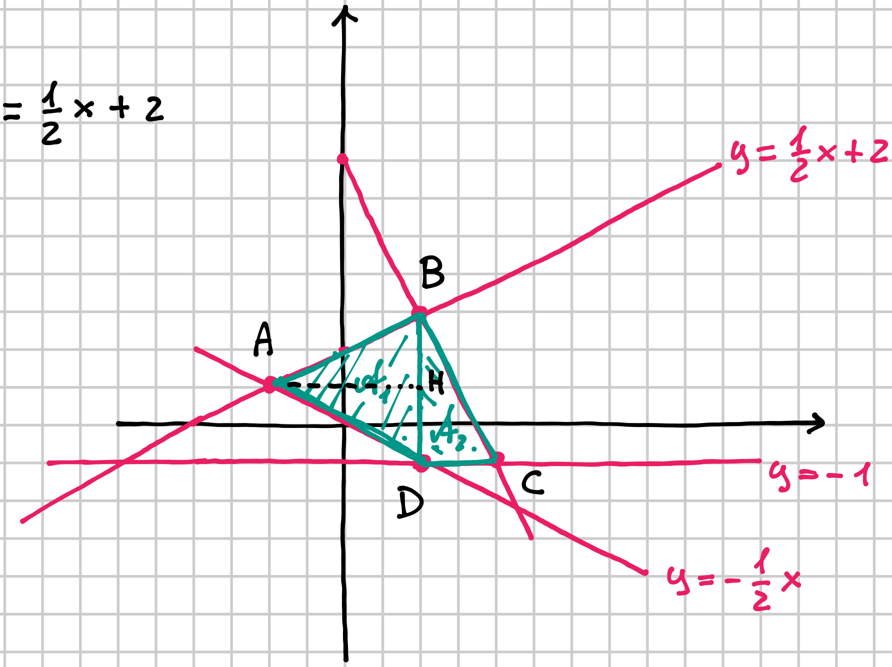
$y+1=0 \Rightarrow y=-1$

$a: \; x+2y=0 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x$

$b: \; y=-1$

$r: \; x-2y+4=0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x+2$

$s: \; y=-2x+7$




RISOLVENDO I VARI SISTEMI si trova

$A(-2,1) \quad B(2,3)$

$C(4,-1) \quad D(2,-1)$

$\overline{BD}=4 \qquad \overline{DC}=2 \qquad \overline{AH}=4$

$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4 + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4 = 8+4 = \boxed{12}$