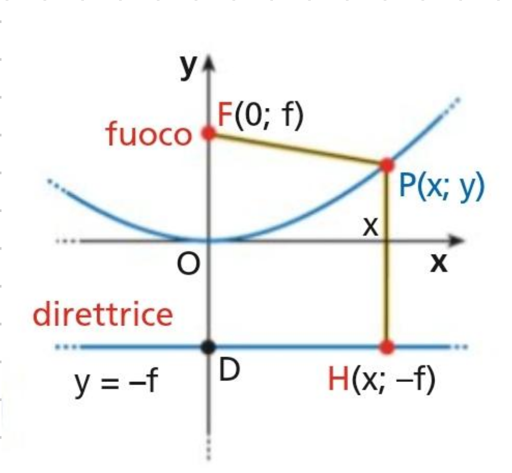
EQUAZIONE DI UNA PARABOLA CON VERTICE NELL'ORIGINE E ASSE DI SIMMETRIA COINCIDENTE CON L'ASSE y



FUOCO

$F(0, f) \qquad f \neq 0 \quad f \in \mathbb{R}$

DIRETTRICE

$d: \ y = -f$

$P(x, y)$ punto generico della parabola di fuoco F e direttrice d

$\overline{PH} = \overline{PF}$

distanza di P dalla direttrice d

distanza di P dal fuoco

$$\underbrace{|y-(-f)|}_{\overline{PH}} = \underbrace{\sqrt{(x-0)^2+(y-f)^2}}_{\overline{PF}}$$

$$|y+f| = \sqrt{x^2+y^2+f^2-2fy}$$

elevo al quadrato

$$\cancel{y^2}+\cancel{f^2}+2fy = x^2+\cancel{y^2}+\cancel{f^2}-2fy$$

$$4fy = x^2$$

$$y = \frac{1}{4f}x^2$$

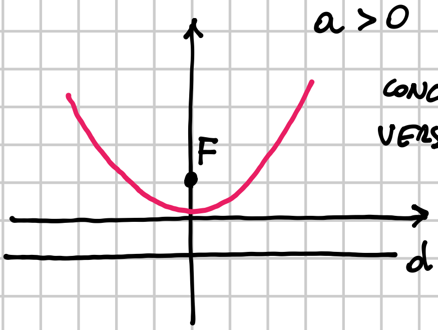
PONGO

$\frac{1}{4f} = a$

$$\boxed{y = ax^2}$$

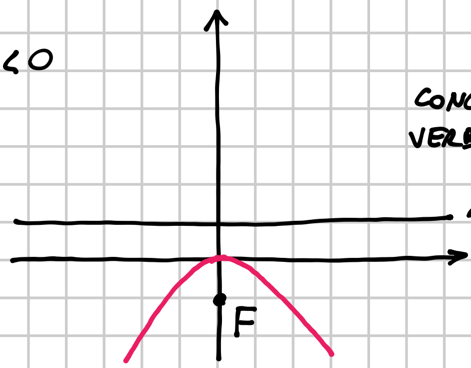
$a > 0$

CONCAVITÁ VERSO L'ALTO



$a < 0$

CONCAVITÁ VERSO IL BASSO



$y = ax^2$

$a = \dfrac{1}{4f}$

$\Downarrow$

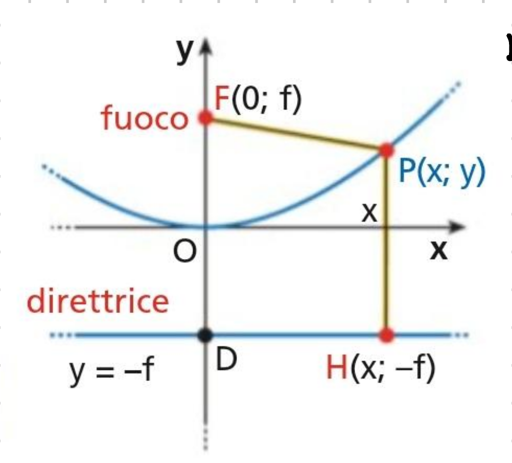
$f = \dfrac{1}{4a}$

VERTICE $V(0,0)$

ASSE DI SIMMETRIA $x=0$ (asse y)

FUOCO $F\left(0, \dfrac{1}{4a}\right)$

DIRETTRICE $y = -\dfrac{1}{4a}$



$|a|$ è "grande" $\Rightarrow$ la parabola è "chiusa" verso l'asse y

$|a|$ è "piccolo" $\Rightarrow$ la parabola si "appiattisce" verso l'asse x

Il valore $|a|$ determina l'*apertura* della parabola. Come puoi notare osservando la figura 1.3, in corrispondenza dell'ascissa $x = 1$, l'ordinata del punto della parabola $y = ax^2$ è sempre $y = a$. Ciò significa che più $|a|$ diventa grande, più la parabola in prossimità del vertice risulta "stretta", mentre si allarga man mano che $|a|$ si avvicina a 0.

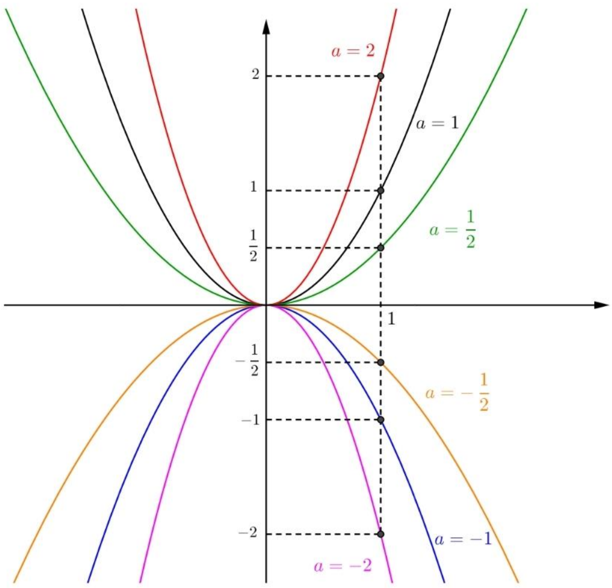


Figura 1.3: Parabole con varie aperture, corrispondenti a diversi valori di a.