Determina, per le seguenti parabole, vertice, fuoco, direttrice e asse di simmetria.

36 $y = x^2 - 1$

37 $y = -x^2 - 3x$

38 $y = x^2 + 3x + 2$

39 $y = -x^2 - 2x + 3$

40 $y = x^2 - 2x - 8$

41 $y = -4x^2 + 4$

42 $y = -x^2 + 6x$

43 $y = x^2 - 4x + 4$

44 $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

45 $3y = x^2 - 4x$

46 $y = (x+3)^2$

47 $y = (x-1)(x+2)$

39) $y = -x^2 - 2x + 3 \qquad a = -1 \quad b = -2 \quad c = 3$

ASSE $\quad x = -\frac{-2}{2(-1)} = -1 \rightarrow x = -1$

VERTICE $\quad x_V = -1$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{-4} = -\frac{4+12}{-4} = 4$$

Dato che il vertice è un punto della parabola, per trovare y_V basta sostituire $x_V = -1$ a $-x^2 - 2x + 3$

$$y_V = -(-1)^2 - 2(-1) + 3 = -1 + 2 + 3 = 4$$

FUOCO $\quad \Delta = 16 \qquad x_F = -1 \qquad y_F = \frac{1-\Delta}{4a} = \frac{1-16}{-4} = \frac{15}{4}$

$$F\left(-1, \frac{15}{4}\right)$$

DIRETTRICE $\quad y = -\frac{1+\Delta}{4a} \qquad y = -\frac{17}{-4} = \frac{17}{4} \qquad y = \frac{17}{4}$

41) $y=-4x^2+4$ $\quad a=-4 \quad b=0 \quad c=4$

ASSE $x=0$

		FUOCO	DIRETRICE
VERTICE	$V(0,4)$	$F\left(0,\frac{63}{16}\right)$	$y=\frac{65}{16}$
$\Delta=64$		$y_F=\frac{1-64}{-16}$	$y=-\frac{1+64}{-16}$

45 $3y = x^2 - 4x$ $\Rightarrow$ $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x$ $\quad a=\frac{1}{3} \quad b=-\frac{4}{3} \quad c=0$

ASSE $x=-\dfrac{-\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}}=2 \qquad x=2$

VERTICE $y_V=\frac{1}{3}\cdot 2^2-\frac{4}{3}\cdot 2=\frac{4}{3}-\frac{8}{3}=-\frac{4}{3} \qquad V\left(2,-\frac{4}{3}\right)$

FUOCO $\Delta=\frac{16}{9} \qquad y_F=\dfrac{1-\frac{16}{9}}{\frac{4}{3}}=\dfrac{-\frac{7}{9}}{\frac{4}{3}}=-\frac{7}{\cancel{9}_3}\cdot\frac{\cancel{3}^1}{4}=-\frac{7}{12}$

$F\left(2,-\frac{7}{12}\right)$

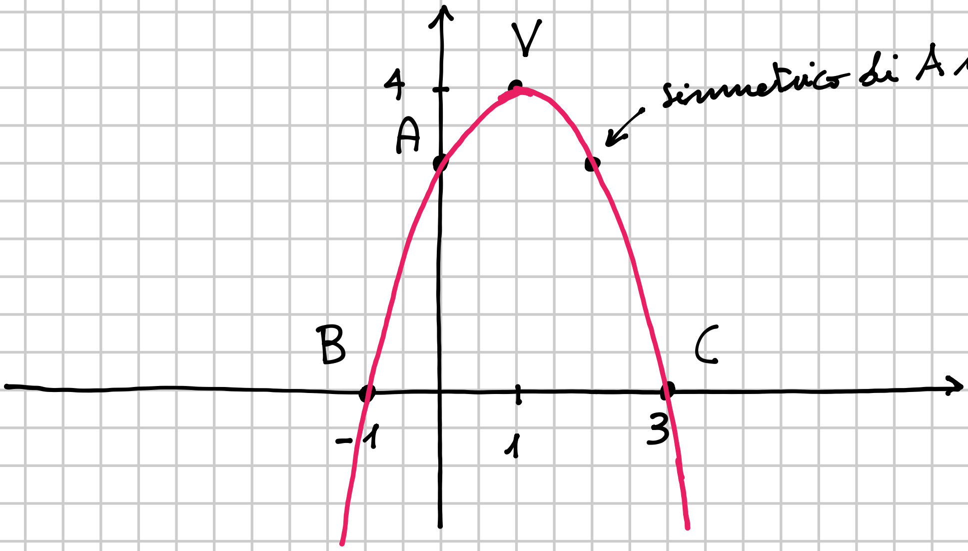
DIRETRICE $y=-\dfrac{1+\frac{16}{9}}{\frac{4}{3}}=-\dfrac{\frac{25}{9}}{\frac{4}{3}}=-\frac{25}{\cancel{9}_3}\cdot\frac{\cancel{3}^1}{4}=-\frac{25}{12}$

$y=-\frac{25}{12}$

55 $y = -x^2 + 2x + 3$ DISEGNARE IL GRAFICO

1) Trovo il vertice $x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{-2} = 1$ $V(1,4)$

$y_V = -1 + 2 + 3 = 4$



2) Trovo le intersezioni con gli assi

INT. CON ASSE y $\begin{cases} y = -x^2 + 2x + 3 \\ x = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 3 \\ x = 0 \end{cases}$ $A(0,3)$ punto di intersezione con l'asse y

INT. CON ASSE X $\begin{cases} y = -x^2 + 2x + 3 \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 0 = -x^2 + 2x + 3 \\ y = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$

$x = 3 \vee x = -1$

$B(-1,0)$ $C(3,0)$

punti di intersezione con l'asse x

83 Stabilisci per quali valori di a, b, c la parabola $y = ax^2 + bx + c$:

a. ha vertice sull'asse x;

b. rivolge la concavità verso l'alto e passa per l'origine;

c. ha vertice nell'origine;

d. ha come asse di simmetria la retta $x = 2$.

[a) $b^2 - 4ac = 0$; b) $a > 0 \wedge c = 0$; c) $b = 0 \wedge c = 0$; d) $b = -4a$]

a) $V(x_v, 0)$

$y_v = 0 \qquad y_v = -\frac{\Delta}{4a} = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow \boxed{b^2 - 4ac = 0}$

b) $a > 0 \wedge c = 0$

c) $x_v = 0 \qquad y_v = 0 \qquad \boxed{b = 0 \wedge c = 0}$

$-\frac{b}{2a} = 0 \qquad -\frac{\Delta}{4a} = 0$

$\Updownarrow \qquad \Updownarrow$

$b = 0 \qquad \Delta = 0$

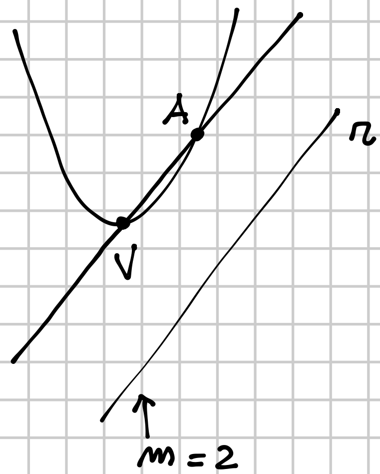
$\Updownarrow$

$-4ac = 0 \Leftrightarrow c = 0$

d) $x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 2 \Leftrightarrow \boxed{b = -4a}$

226 Date la parabola $y = x^2 - 2x + 7$ e la retta r di equazione $y = 2x - 1$, determina l'equazione della retta parallela a r passante per il vertice della parabola e calcola le coordinate dei punti di intersezione di tale retta con la parabola.

[$y = 2x + 4$; $(1; 6)$; $(3; 10)$]



$V(1,6)$

$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1$

$y_V = 1^2 - 2\cdot 1 + 7 = 6$

retta // r passante per V

$y - y_V = m(x - x_V)$

$y - 6 = 2(x-1)$

$y - 6 = 2x - 2 \Rightarrow \boxed{y = 2x + 4}$

INTERSEZIONE RETTA - PARABOLA

$$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = x^2 - 2x + 7 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 2x + 7 = 2x + 4$$ EQUAZIONE RISOLVENTE

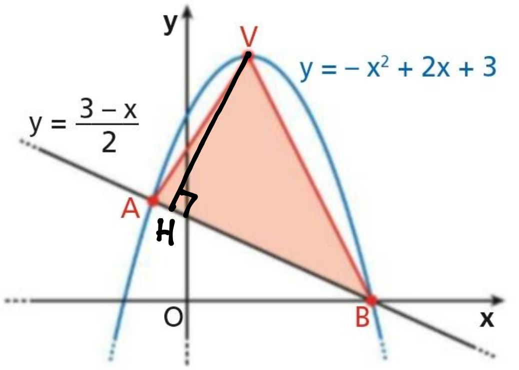
$x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x-3)(x-1) = 0$ → $x = 1$, $x = 3$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2\cdot 1 + 4 = 6 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 3 \\ y = 2\cdot 3 + 4 = 10 \end{cases}$$

$V(1,6)$ $\qquad$ $A(3,10)$

229 Calcola l'area del triangolo *ABV* illustrato in figura, dove *V* è il vertice della parabola. $\left[\frac{21}{4}\right]$



$x + 2y - 3 = 0$

$x_V = 1$

$y_V = -1 + 2 + 3 = 4$

$V(1, 4)$

$$\begin{cases} y = \dfrac{3-x}{2} \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases}$$

$$-x^2 + 2x + 3 = \frac{3-x}{2}$$

$$-2x^2 + 4x + 6 = 3 - x$$

$$2x^2 - 4x - x + 3 - 6 = 0 \qquad 2x^2 - 5x - 3 = 0 \qquad \Delta = 25 + 24 = 49$$

$$x = \frac{5 \pm 7}{4} = \begin{cases} -\frac{1}{2} \\ 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \dfrac{3 + \frac{1}{2}}{2} = \dfrac{\frac{7}{2}}{2} = \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{4} \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 3 \\ y = \dfrac{3-3}{2} = 0 \end{cases}$$

$A\left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{4}\right) \qquad B(3, 0) \qquad V(1, 4)$

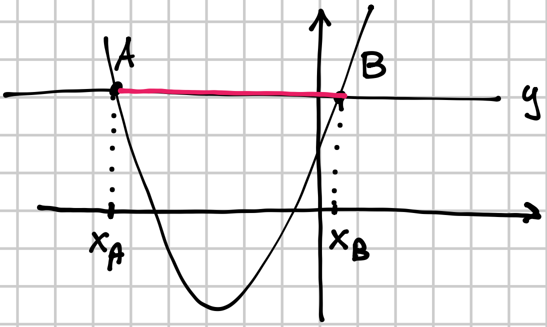
$$\overline{AB} = \sqrt{\left(-\frac{1}{2} - 3\right)^2 + \left(\frac{7}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{4} + \frac{49}{16}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 49}{16}} = \frac{7}{4}\sqrt{5}$$

$$\overline{VH} = \frac{|1 + 8 - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$$

↑
distanza di V dalla retta $x + 2y - 3 = 0$

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2}\,\overline{AB} \cdot \overline{VH} = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{7}{4}\cancel{\sqrt{5}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{\sqrt{5}}} = \boxed{\frac{21}{4}}$$

231 Determina per quale valore di k la retta di equazione $y = k$ stacca una corda lunga 6 sulla parabola di equazione $y = x^2 + 4x - 7$. [-2]



$$\begin{cases} y = x^2 + 4x - 7 \\ y = K \end{cases}$$

$$x^2 + 4x - 7 = K$$

$$x^2 + 4x - 7 - K = 0$$

$a = 1 \quad b = 4 \quad c = -7 - K$

$$\beta^2 - ac$$

$$\frac{\Delta}{4} = 4 - (-7 - K) = 4 + 7 + K = K + 11$$

$K + 11 \geq 0$ affinché l'eq. abbia soluzioni

$K \geq -11$

$$x = -2 \pm \sqrt{K+11}$$

$$x_A = -2 - \sqrt{K+11} \qquad x_B = -2 + \sqrt{K+11}$$

$|x_B - x_A| = 6$ ← IMPONGO

il modulo non serve perché $x_B > x_A$

$$-2 + \sqrt{K+11} - (-2 - \sqrt{K+11}) = 6$$

$$-\cancel{2} + \sqrt{K+11} + \cancel{2} + \sqrt{K+11} = 6$$

$$2\sqrt{K+11} = 6$$

$$\sqrt{K+11} = 3$$

elevo al quadrato

$$K + 11 = 9$$

$$K = -11 + 9 \Rightarrow \boxed{K = -2}$$

la retta è $y = -2$