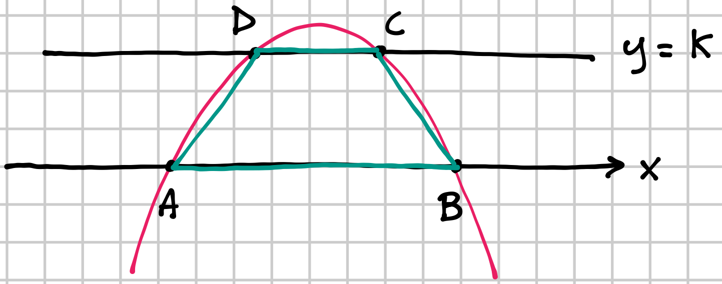
244 La parabola di equazione $y = -x^2 + 8x - 7$ interseca l'asse x nei punti A e B. Determina due punti C e D sulla parabola che formino con A e B un trapezio isoscele di base maggiore AB e area 32. [$C(3; 8)$, $D(5; 8)$]



$$\begin{cases} y = -x^2 + 8x - 7 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$-x^2 + 8x - 7 = 0$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x-7)(x-1) = 0 \quad \nearrow x = 1 \quad \searrow x = 7$$

$$A(1, 0) \quad B(7, 0)$$

ALTEZZA

$$\overline{AB} = |1 - 7| = 6 \qquad h = K > 0$$

$$\begin{cases} y = -x^2 + 8x - 7 \\ y = K \end{cases} \Rightarrow K = -x^2 + 8x - 7$$

$$x^2 - 8x + 7 + K = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 16 - (7 + K) =$$

$$= 9 - K \geq 0 \text{ per } K \leq 9$$

$$x = 4 \pm \sqrt{9 - K}$$

quindi $0 < K < 9$

$$C\left(4 + \sqrt{9-K}, K\right) \quad D\left(4 - \sqrt{9-K}, K\right)$$

$$\overline{CD} = 4 + \sqrt{9-K} - \left(4 - \sqrt{9-K}\right) = 2\sqrt{9-K}$$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = \frac{\left(6 + 2\sqrt{9-K}\right) \cdot K}{2} = 32$$

$$0 < K < 9$$

$$\frac{\cancel{2}\left(3 + \sqrt{9-K}\right) \cdot K}{\cancel{2}} = 32$$

$$3K + K\sqrt{9-K} = 32$$

$$3k + k\sqrt{9-k} = 32 \qquad 0 < k < 9$$

$$k\sqrt{9-k} = 32 - 3k$$

Sia il 1° membro che il 2° membro sono positivi per $0 < k < 9$

$$k^2(9-k) = 1024 + 9k^2 - 192k$$

$$\cancel{9k^2} - k^3 = 1024 + \cancel{9k^2} - 192k$$

$$k^3 - 192k + 1024 = 0 \qquad 1024 = 2^{10}$$

$$k = 8 \implies 8^3 - 192 \cdot 8 + 1024 = 0$$

$$\begin{array}{c|ccc|c}
 & 1 & 0 & -192 & 1024 \\
8 & & 8 & 64 & -1024 \\
\hline
 & 1 & 8 & -128 & // \\
8 & & 8 & 128 & \\
\hline
 & 1 & 16 & // &
\end{array}$$

$$(k-8)(k^2+8k-128) = 0$$

$$(k-8)^2(k+16) = 0$$

$$\boxed{k = 8} \quad \vee \quad \underset{\text{non acc.}}{k = -16}$$

$$0 < k < 9$$

$$C\left(4+\sqrt{9-k}\,,\,k\right) \qquad D\left(4-\sqrt{9-k}\,,\,k\right)$$

$$\boxed{C(5,8) \qquad D(3,8)}$$

251 Determina le equazioni delle rette tangenti alla parabola di equazione $y = 2x^2 + 4x - 1$ condotte dal punto $A(-1; -5)$. $[y = 4x - 1;\ y = -4x - 9]$

$y + 5 = m(x + 1)$ FASCIO DI RETTE PER A

$$\begin{cases} y = 2x^2 + 4x - 1 \\ y = mx + m - 5 \end{cases}$$ INTERS. DEL FASCIO CON LA PARABOLA

$2x^2 + 4x - 1 = mx + m - 5$ EQUAZIONE RISOLVENTE

$2x^2 + 4x - mx - 1 + 5 - m = 0$

$\underbrace{2}_{a}x^2 + \underbrace{(4-m)}_{b}x + \underbrace{4-m}_{c} = 0$ CONDIZIONE DI TANGENZA $\Rightarrow \Delta = 0$

$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0$

$(4-m)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (4-m) = 0$

$16 + m^2 - \cancel{8m} - 32 + \cancel{8m} = 0$

$m^2 = 16 \qquad m = \pm 4$

FASCIO

$y + 5 = m(x + 1)$

$m = -4 \Rightarrow y + 5 = -4(x + 1)$

$m = 4 \Rightarrow y + 5 = 4(x + 1)$

$$\boxed{\begin{array}{l} 1^a \text{ TANGENTE} \\ y = -4x - 9 \\ \\ y = 4x - 1 \\ 2^a \text{ TANGENTE} \end{array}}$$