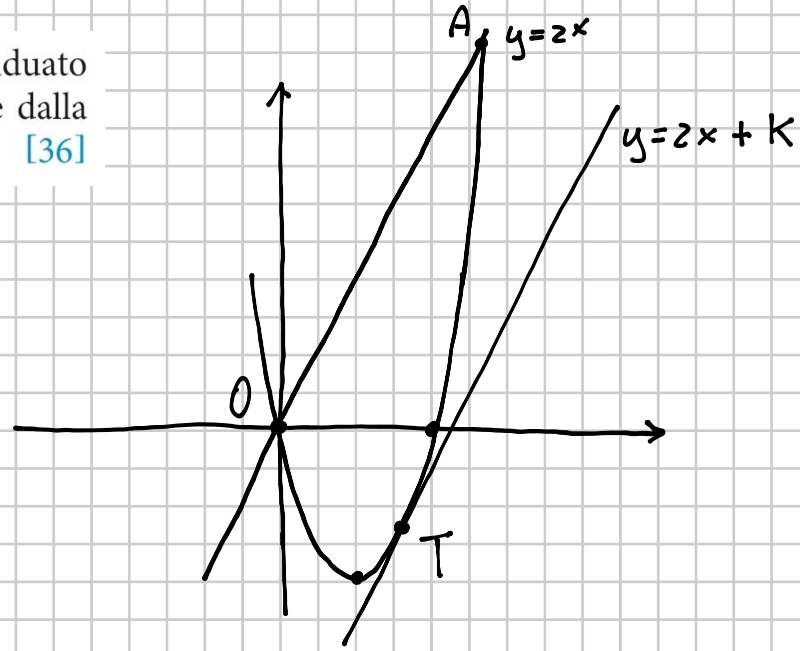
274 Trova l'area del segmento parabolico individuato dalla parabola di equazione $y = x^2 - 4x$ e dalla retta $y = 2x$. [36]



$$\begin{cases} y = x^2 - 4x \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \quad x(x-4) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 4$$

$$A \begin{cases} y = 2x \\ y = x^2 - 4x \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 4x = 2x \\ y = 2x \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 6x = 0 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x-6) = 0 \\ y = 2x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \; O(0,0) \quad \begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases} \; A(6,12)$$

$$\begin{cases} y = 2x + K \\ y = x^2 - 4x \end{cases} \quad x^2 - 4x = 2x + K \quad x^2 - 6x - K = 0$$

PONGO $\frac{\Delta}{4} = 0$

$$\Downarrow$$

$$9 + K = 0 \qquad K = -9$$

$$\begin{cases} y = 2x - 9 \\ y = x^2 - 4x \end{cases} \quad x^2 - 4x = 2x - 9 \quad x^2 - 6x + 9 = 0$$

retta tangente $y = 2x - 9$

$$(x-3)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \cdot 3 - 9 = -3 \end{cases} \quad T(3,-3)$$

PUNTO DI TANGENZA

$$O(0,0) \quad A(6,12) \quad T(3,-3)$$

$$\left| \begin{array}{ccc|cc} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 12 & 1 & 6 & 12 \\ 3 & -3 & 1 & 3 & -3 \end{array} \right| = -18 - (36) = -54$$

TRIANGOLO

$$\mathcal{A}_{OAT} = \frac{1}{2} |-54| = 27$$

$$\mathcal{A}_{\text{SEGM. PAR.}} = \frac{4}{\cancel{3}_{1}} \cdot \cancel{27}^{9} = \boxed{36}$$

361 Una parabola, con l'asse parallelo all'asse y, ha vertice $V(4; 2)$ e passa per il punto di intersezione delle rette di equazioni $5x - 2y - 10 = 0$ e $3x + 2y + 2 = 0$. Determina la sua equazione. $\left[y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 6\right]$

$y = ax^2 + bx + c$

PUNTO DI INT. DELLE RETTE

$$\begin{cases} 5x - 2y - 10 = 0 \\ 3x + 2y + 2 = 0 \end{cases}$$

$8x \quad - 8 = 0$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

$P\left(1, -\frac{5}{2}\right)$

$V(4,2)$

PASSAGGIO PER P

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 4 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 2 \\ -\frac{5}{2} = a + b + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -8a \\ \Delta = -8a \\ a - 8a + c = -\frac{5}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} // \\ 64a^2 - 4ac = -8a \\ -7a + c = -\frac{5}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} // \\ 16a - c = -2 \\ c = 7a - \frac{5}{2} \end{cases}$$

$16a - 7a + \frac{5}{2} = -2 \qquad 9a = -\frac{5}{2} - 2 \qquad 9a = -\frac{9}{2}$

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 4 \\ c = -\frac{7}{2} - \frac{5}{2} = -6 \end{cases}$$

$$\boxed{y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 6}$$

SISTEMA ALTERNATIVO (CONSIDERO IL VERTICE COME PUNTO DI PASSAGGIO)

$y = ax^2 + bx + c$

$V(4,2)$

$P\left(1, -\frac{5}{2}\right)$

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 4 \\ 2 = 16a + 4b + c \\ -\frac{5}{2} = a + b + c \end{cases}$$

questo sistema è equivalente al precedente (ha le stesse soluzioni)

367 Scrivi l'equazione della parabola $y = ax^2 + bx + c$ passante per i punti $A(2; 0)$, $B(1; -1)$ e tangente alla retta di equazione $y = -2x + 5$.

$[y = -x^2 + 4x - 4;\ y = -9x^2 + 28x - 20]$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$A(2,0)$
$B(1,-1)$

$$\begin{cases} 0 = 4a + 2b + c \\ -1 = a + b + c \end{cases} \qquad \begin{cases} c = -4a - 2b \\ -1 = a + b - 4a - 2b \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = -4a - 2(1-3a) = -4a - 2 + 6a = 2a - 2 \\ b = 1 - 3a \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = ax^2 + (1-3a)x + (2a-2) \\ y = -2x + 5 \end{cases}$$

$$ax^2 + (1-3a)x + (2a-2) = -2x + 5$$

$$ax^2 + (1-3a)x + (2a-2) + 2x - 5 = 0$$

$$ax^2 + (1-3a+2)x + (2a-2-5) = 0$$

$$ax^2 + (3-3a)x + (2a-7) = 0$$

COND. TANGENZA

$\Delta = 0$

$$(3-3a)^2 - 4a(2a-7) = 0$$

$$9 + 9a^2 - 18a - 8a^2 + 28a = 0$$

$$a^2 + 10a + 9 = 0 \qquad (a+9)(a+1) = 0$$

$$\begin{cases} a = -9 \\ b = 1 - 3(-9) = 28 \\ c = 2(-9) - 2 = -20 \end{cases} \quad \vee \quad \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 + 3 = 4 \\ c = -4 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} y = -9x^2 + 28x - 20 \\ y = -x^2 + 4x - 4 \end{array}}$$