369 Scrivi l'equazione della parabola $x = ay^2 + by + c$ di vertice $V(0; 2)$, tangente alla retta di equazione $y = \frac{1}{8}x$. $[x = -y^2 + 4y - 4]$

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 2 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -4a \\ \Delta = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -4a \\ b^2 - 4ac = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -4a \\ 16a^{\cancel{2}} - 4\cancel{a}c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -4a \\ 4a - c = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} b = -4a \\ c = 4a \end{cases} \qquad x = ay^2 - 4ay + 4a$$

$$\begin{cases} x = ay^2 - 4ay + 4a \\ y = \frac{1}{8}x \end{cases} \qquad \begin{cases} 8y = ay^2 - 4ay + 4a \\ x = 8y \end{cases}$$

$$ay^2 - 8y - 4ay + 4a = 0$$

$$ay^2 + (-8 - 4a)y + 4a = 0$$

$$ay^2 - 2(4 + 2a)y + 4a = 0$$

PONGO

$$\Delta = 0 \Rightarrow \frac{\Delta}{4} = 0$$

$$(4 + 2a)^2 - 4a^2 = 0$$

$$16 + \cancel{4a^2} + 16a - \cancel{4a^2} = 0$$

$$a = -1$$

$$x = ay^2 - 4ay + 4a \Rightarrow \boxed{x = -y^2 + 4y - 4}$$

371 Determina l'equazione della parabola, con asse parallelo all'asse x, passante per i punti $A(-6;1)$ e $B(-2;0)$ e tangente alla retta di equazione $x+y+6=0$.

$[x=9y^2-13y-2; x=y^2-5y-2]$

$$x = ay^2 + by + c$$

$A(-6,1)$

$B(-2,0)$

$$\begin{cases} -6 = a + b + c \\ -2 = c \end{cases} \quad \begin{cases} b = -6 - a - c = -6 - a + 2 = -4 - a \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = ay^2 + (-4-a)y - 2 \\ x = -y - 6 \end{cases}$$

$$-y - 6 = ay^2 - 4y - ay - 2$$

$$ay^2 + y - 4y - ay - 2 + 6 = 0$$

$$ay^2 - 3y - ay + 4 = 0$$

$$ay^2 - (a+3)y + 4 = 0$$

$\Delta = 0 \Rightarrow (a+3)^2 - 16a = 0$ $\quad a^2 + 9 + 6a - 16a = 0$

$$a^2 - 10a + 9 = 0$$

$$(a-9)(a-1) = 0 \quad a = 1 \vee a = 9$$

$x = ay^2 + (-4-a)y - 2$ $\quad a = 1 \Rightarrow x = y^2 - 5y - 2$

$a = 9 \Rightarrow x = 9y^2 - 13y - 2$

372 Determina l'equazione della parabola

$$y = ax^2 + bx + c$$

passante per il punto $A(0; 1)$ e tangente a entrambe le rette di equazioni $y = -4x$ e $4x + 4y - 3 = 0$.

$[y = x^2 - 2x + 1; y = 9x^2 + 2x + 1]$

$A(0,1) \qquad 1 = a\cdot 0^2 + b\cdot 0 + c \Rightarrow c = 1$

$$y = ax^2 + bx + 1$$

$\begin{cases} y = ax^2 + bx + 1 \\ y = -4x \end{cases} \qquad -4x = ax^2 + bx + 1$

$$ax^2 + 4x + bx + 1 = 0$$

$$ax^2 + (b+4)x + 1 = 0$$

$$\Delta_1 = 0 \Rightarrow (b+4)^2 - 4a = 0$$

$\begin{cases} y = ax^2 + bx + 1 \\ y = -x + \frac{3}{4} \end{cases} \qquad -x + \frac{3}{4} = ax^2 + bx + 1$

$$ax^2 + bx + x + 1 - \frac{3}{4} = 0$$

$$ax^2 + (b+1)x + \frac{1}{4} = 0$$

$$\Delta_2 = 0 \qquad (b+1)^2 - a = 0$$

$\begin{cases} \Delta_1 = 0 \\ \Delta_2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (b+4)^2 - 4a = 0 \\ (b+1)^2 - a = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} b^2 + 16 + 8b - 4a = 0 \\ b^2 + 1 + 2b - a = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} b^2 + 16 + \cancel{8b} - 4b^2 - 4 - \cancel{8b} = 0 \\ a = b^2 + 1 + 2b \end{cases} \quad \begin{cases} -3b^2 + 12 = 0 \\ // \end{cases} \quad \begin{cases} b^2 = 4 \\ // \end{cases} \quad \begin{cases} b = \pm 2 \\ // \end{cases}$

$\begin{cases} b = -2 \\ a = 4 + 1 - 4 = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} b = 2 \\ a = 4 + 1 + 4 = 9 \end{cases}$

$$\boxed{\begin{array}{l} y = x^2 - 2x + 1 \\ y = 9x^2 + 2x + 1 \end{array}}$$