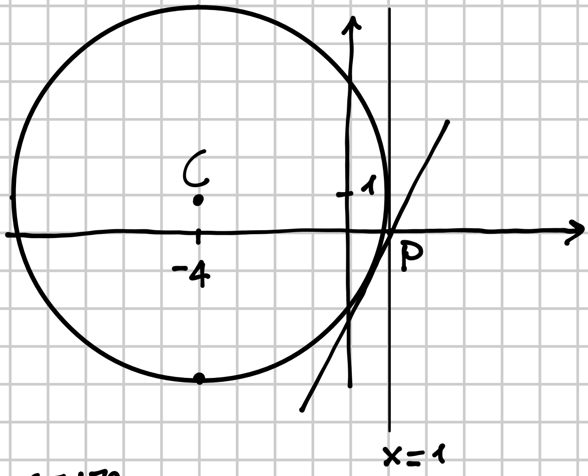
185 Trova le equazioni delle rette tangenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 + 8x - 2y - 8 = 0$ condotte dal punto $P(1; 0)$.
$[x = 1; 12x - 5y - 12 = 0]$

CENTRO $C(-4, 1)$ $\quad r = \sqrt{16+1+8} = 5$



$P(1,0)$

$y = m(x-1)$

$mx - y - m = 0$

DISTANZA RETTA-CENTRO UGUALE AL RAGGIO

$$\frac{|-4m - 1 - m|}{\sqrt{m^2+1}} = 5$$

$$|-5m-1| = 5\sqrt{m^2+1}$$

$$25m^2 + 1 + 10m = 25(m^2+1)$$

$$\cancel{25m^2} + 1 + 10m = \cancel{25m^2} + 25$$

$$10m = 24 \qquad m = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$$

dato che l'eq. diventa di 1° grado con una sola soluzione, e dato che le tangenti devono essere 2, quella mancante è la retta esclusa dal fascio

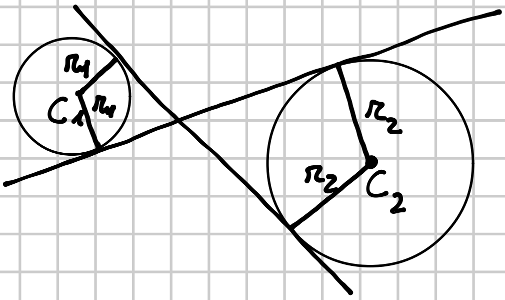
$x = 1$

$$\frac{12}{5}x - y - \frac{12}{5} = 0$$

$$y = \frac{12}{5}x - \frac{12}{5}$$

$$\boxed{12x - 5y - 12 = 0 \qquad x = 1}$$

191 **EUREKA!** Trova le tangenti comuni alle due circonferenze di equazioni $x^2 + y^2 - 2y - \frac{4}{5} = 0$ e $x^2 + y^2 + 6y - \frac{4}{5} = 0$. $[y = 2x + 4;\ y = -2x + 4]$



eq. fascio intero impl.

$y = mx + q \Rightarrow mx - y + q = 0$

1] $C_1(0, 1)$ $\quad r_1 = \sqrt{1^2 + \frac{4}{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$

2] $C_2(0, -3)$ $\quad r_2 = \sqrt{9 + \frac{4}{5}} = \frac{7}{\sqrt{5}}$

le 2 circonferenze si intersecano

1] $\frac{|m \cdot 0 - 1 + q|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{|q-1|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sqrt{5}\,|q-1| = 3\sqrt{m^2+1}$

2] $\frac{|m \cdot 0 + 3 + q|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{7}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{|q+3|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{7}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sqrt{5}\,|q+3| = 7\sqrt{m^2+1}$

$$\begin{cases} 5(q-1)^2 = 9(m^2+1) \\ 5(q+3)^2 = 49(m^2+1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{9}(q-1)^2 = m^2+1 \\ \frac{5}{49}(q+3)^2 = m^2+1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\cancel{5}}{9}(q-1)^2 = \frac{\cancel{5}}{49}(q+3)^2$$

$49(q-1)^2 = 9(q+3)^2 \qquad 49(q^2 - 2q + 1) = 9(q^2 + 6q + 9)$

$49q^2 - 98q + 49 = 9q^2 + 54q + 81$

$40q^2 - 152q - 32 = 0 \qquad 5q^2 - 19q - 4 = 0 \qquad \Delta = 19^2 + 80 =$

$= 441 = 21^2$

$q = \frac{19 \pm 21}{10} = \begin{cases} 4 \\ -\frac{1}{5} \end{cases}$

$$\frac{5}{9}(q-1)^2 = m^2+1$$

$$\begin{cases} q=4 \\ \frac{5}{\cancel{9}}\cdot\cancel{9} = m^2+1 \end{cases} \quad \begin{cases} q=4 \\ m^2=4 \end{cases} \quad \begin{cases} q=4 \\ m=2 \end{cases} \vee \begin{cases} q=4 \\ m=-2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q=-\frac{1}{5} \\ \frac{5}{9}\left(-\frac{1}{5}-1\right)^2 = m^2+1 \end{cases} \quad \begin{cases} q=-\frac{1}{5} \\ \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{9}_{1}}\cdot\frac{\cancel{36}^{4}}{\cancel{25}_{5}} = m^2+1 \end{cases} \quad \begin{cases} q=-\frac{1}{5} \\ m^2 = -1+\frac{4}{5} = -\frac{1}{5} \end{cases}$$ NON ACC.

$mx - y + q = 0 \Rightarrow \quad 2x-y+4=0 \qquad -2x-y+4=0$

$$\boxed{2x-y+4=0 \qquad 2x+y-4=0}$$