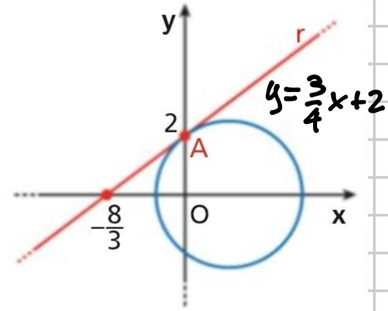
60 Scrivi l'equazione della circonferenza della figura che è tangente nel punto A alla retta r e ha il centro sulla retta di equazione $y = -2x + 3$.



a. Tra le rette parallele alla bisettrice del secondo e quarto quadrante trova quelle che, intersecando la circonferenza, determinano una corda lunga $\frac{5}{2}\sqrt{2}$.

b. Trova il perimetro del rettangolo con i vertici nei punti di intersezione della circonferenza con le rette trovate nel punto **a**.

c. Da $P(4; -5)$ conduci le tangenti alla circonferenza, trova le loro equazioni, le coordinate dei punti di tangenza E e F e il perimetro di EFP.

$\left[x^2 + y^2 - 3x - 4 = 0;\ \text{a) } y = -x + 4,\ y = -x - 1;\ \text{b) } 10\sqrt{2};\ \text{c) } y = -\frac{3}{4}x - 2,\ x = 4,\ E(0; -2),\ F(4; 0),\ 2(5 + \sqrt{5})\right]$

$$C\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \in y = -2x + 3 \Rightarrow -\frac{b}{2} = -2\cdot\left(-\frac{a}{2}\right) + 3$$

$$A(0,2) \in x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \Rightarrow 4 + 2b + c = 0$$

$$\begin{cases} -\frac{b}{2} = a + 3 \\ 4 + 2b + c = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a = -\frac{b}{2} - 3 \\ c = -2b - 4 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + \left(-\frac{b}{2} - 3\right)x + by - 2b - 4 = 0$$

la retta tangente passa per $A(0,2)$ e per $B\left(-\frac{8}{3}, 0\right) \Rightarrow r: y = \frac{3}{4}x + 2$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + \left(-\frac{b}{2} - 3\right)x + by - 2b - 4 = 0 \\ y = \frac{3}{4}x + 2 \end{cases}$$

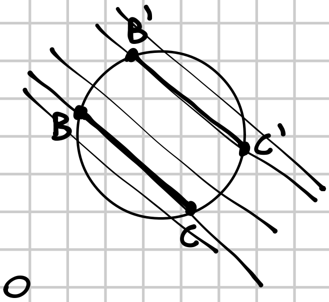
$$x^2 + \left(\frac{3}{4}x + 2\right)^2 + \left(-\frac{b}{2} - 3\right)x + b\left(\frac{3}{4}x + 2\right) - 2b - 4 = 0$$

$$x^2 + \frac{9}{16}x^2 + \cancel{4} + \cancel{3x} - \frac{b}{2}x - \cancel{3x} + \frac{3}{4}bx + \cancel{2b} - \cancel{2b} - \cancel{4} = 0$$

$$\frac{25}{16}x^2 + \frac{1}{4}bx = 0 \qquad \Delta = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{4}b\right)^2 = 0 \Rightarrow b = 0$$

eq. CIRCONFERENZA $\boxed{x^2 + y^2 - 3x - 4 = 0}$

a) $\begin{cases} x^2+y^2-3x-4=0 \\ y=-x+K \end{cases}$



$\overline{BC}=\frac{5}{2}\sqrt{2}$

$\begin{cases} x^2+(-x+K)^2-3x-4=0 \\ y=-x+K \end{cases}$

$x^2+x^2+K^2-2Kx-3x-4=0$

$2x^2-(2K+3)x+K^2-4=0$

$\Delta=(2K+3)^2-4\cdot 2(K^2-4)=$

$=4K^2+9+12K-8K^2+32=$

$=-4K^2+12K+41$

$x=\frac{2K+3\pm\sqrt{-4K^2+12K+41}}{4}$ $\quad y=-\frac{2K+3\pm\sqrt{-4K^2+12K+41}}{4}+K$

$B\left(\frac{2K+3-\sqrt{-4K^2+12K+41}}{4}, -\frac{2K+3-\sqrt{-4K^2+12K+41}}{4}+K\right)$

$C\left(\frac{2K+3+\sqrt{-4K^2+12K+41}}{4}, -\frac{2K+3+\sqrt{-4K^2+12K+41}}{4}+K\right)$

$-4K^2+12K+41=\Delta_K$

$\overline{BC}=\sqrt{\left(\frac{\cancel{2}\sqrt{\Delta_K}}{\cancel{4}\,2}\right)^2+\left(-\frac{\cancel{2}\sqrt{\Delta_K}}{\cancel{4}\,2}\right)^2}=\sqrt{\frac{\Delta_K}{4}+\frac{\Delta_K}{4}}=\sqrt{\frac{\cancel{2}\Delta_K}{\cancel{4}\,2}}=\sqrt{\frac{\Delta_K}{2}}$

$\overline{BC}=\frac{5}{2}\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{\Delta_K}{2}}=\frac{5}{2}\sqrt{2}$ $\quad \frac{\Delta_K}{\cancel{2}}=\frac{25\cdot\cancel{2}}{\cancel{4}}$ $\quad \Delta_K=25$

$-4K^2+12K+41=25$

$-4K^2+12K+41=25$

$4K^2-12K-16=0$

$y=-x+K$

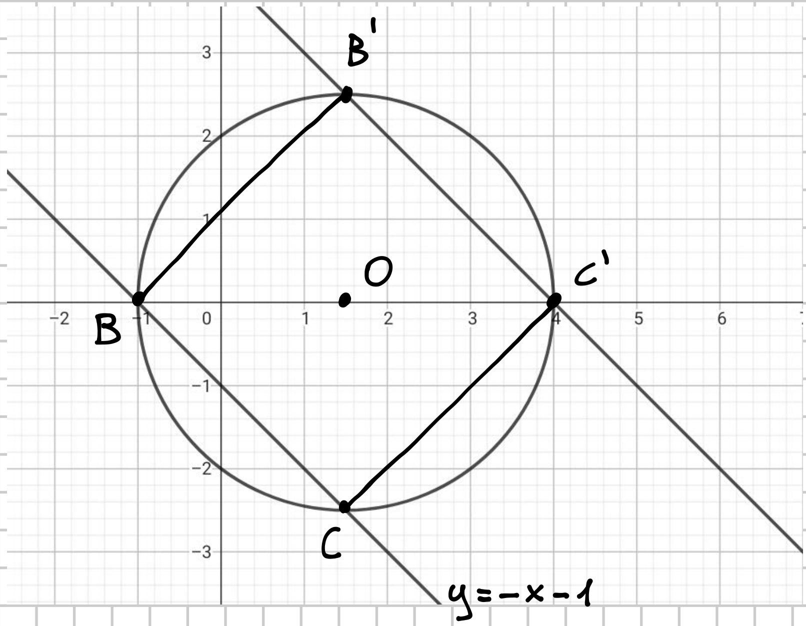
$K^2-3K-4=0$

$(K-4)(K+1)=0 \quad \nearrow K=4 \Rightarrow y=-x+4$

$\vee$

$\searrow K=-1 \Rightarrow y=-x-1$

b)



$y=-x-1$

$x+y+1=0$

$\overline{BC}=\frac{5}{2}\sqrt{2}$

CENTRO $O\left(\frac{3}{2},0\right)$

$BB'=2\cdot \underbrace{d(O,\ x+y+1=0)}_{\text{DISTANZA PUNTO-RETTA}}=$

$=2\cdot\frac{\left|\frac{3}{2}+0+1\right|}{\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}$

$=\frac{5}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{5}{2}\sqrt{2}$

(QUADRATO)

$2p=4\cdot\frac{5}{2}\sqrt{2}=10\sqrt{2}$

c) $P(4,-5)$ $\quad x^2+y^2-3x-4=0$ $\quad O\left(\frac{3}{2},0\right)$ $\quad r=\sqrt{\frac{9}{4}+4}=\frac{5}{2}$

$y+5=m(x-4)$ $\quad y+5=mx-4m$ $\quad mx-y-4m-5=0$

$\frac{\left|\frac{3}{2}m-4m-5\right|}{\sqrt{m^2+1}}=\frac{5}{2}$ $\quad \frac{\left|\frac{3m-8m-10}{2}\right|}{\sqrt{m^2+1}}=\frac{5}{2}$

$\frac{|-5m-10|}{\cancel{2}\sqrt{m^2+1}}=\frac{5}{\cancel{2}}$ $\quad \frac{\cancel{5}|m+2|}{\sqrt{m^2+1}}=\cancel{5}$ $\quad |m+2|=\sqrt{m^2+1}$

$$|m+2| = \sqrt{m^2+1}$$

$$\cancel{m^2}+4+4m = \cancel{m^2}+1$$

$$4m = -3 \qquad m = -\frac{3}{4} \qquad y+5 = m(x-4)$$

$$\Downarrow$$

$$y+5 = -\frac{3}{4}(x-4)$$

$$y+5 = -\frac{3}{4}x+3$$

1ª tangente $y = -\frac{3}{4}x - 2$

2ª tangente (esclusa dal fascio) $x = 4$

PUNTI DI TANGENZA

$$E \begin{cases} y = -\frac{3}{4}x - 2 \\ x^2+y^2-3x-4=0 \end{cases} \qquad x^2 + \left(-\frac{3}{4}x-2\right)^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x^2 + \frac{9}{16}x^2 + \cancel{4} + \cancel{3x} - \cancel{3x} - \cancel{4} = 0$$

$$\frac{25}{16}x^2 = 0 \qquad x = 0 \Rightarrow y = -2$$

$$E(0,-2)$$

$$F \begin{cases} x = 4 \\ x^2+y^2-3x-4=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 4 \\ 16+y^2-12-4=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases} \quad F(4,0)$$

$\overline{PF} = |-5-0| = 5 \qquad \overline{PE} = 5$ (i segmenti di tangente da un punto esterno sono congruenti)

$P(4,-5)$

$$\overline{EF} = \sqrt{(4-0)^2+(0+2)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$2p_{EFP} = 10+2\sqrt{5} = \boxed{2(5+\sqrt{5})}$$

2 ..../10

Rappresenta graficamente le curve descritte da:

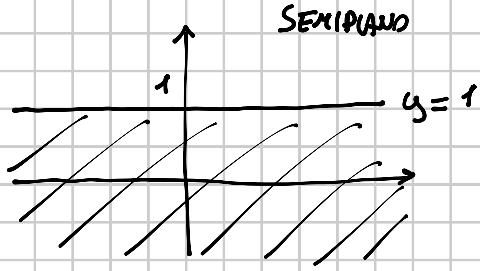
a. $y = 1 - \sqrt{9 - x^2}$; **b.** $x^2 + y^2 - 6x + 2|y| = 0$.

a) $y - 1 = -\sqrt{9 - x^2}$ $y - 1 \leq 0 \Rightarrow y \leq 1$

ELEVO AL QUADRATO

SEMIPIANO

$(y-1)^2 = (9 - x^2)$

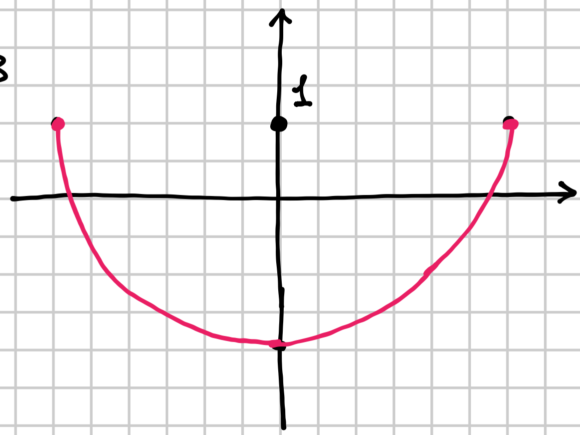


$y^2 + 1 - 2y = 9 - x^2$

$x^2 + y^2 - 2y - 8 = 0$

centro $C(0, 1)$ $r = \sqrt{0^2 + 1^2 + 8} = 3$

PRENDO SOLO LA PARTE "SOTTO" LA RETTA $y = 1$



b) $x^2 + y^2 - 6x + 2|y| = 0$

$$\begin{cases} y \geq 0 \\ x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y < 0 \Rightarrow |y| = -y \\ x^2 + y^2 - 6x - 2y = 0 \end{cases}$$

$C_1(3, -1)$ $C_2(3, 1)$

$r_1 = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$ $r_2 = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$