RICHIAMI SULLE POTENZE

ESPONENTE

$$a^x$$

BASE

Prendiamo la base $a > 0$ $(a \in \mathbb{R})$

POTENZE A ESPONENTE NATURALE

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ FATTORI}}$$

$$a^n = \begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ a \cdot a^{n-1} & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

DEFINIZIONE FORMALE RICORSIVA

PROPRIETÀ DELLE POTENZE

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^0 = 1$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

POTENZE A ESPONENTE INTERO

$\mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$

$$a^n = \begin{cases} a^n & \text{se } n \geq 0 \\ \dfrac{1}{a^{-n}} & \text{se } n < 0 \end{cases}$$

$n \in \mathbb{Z}$

ESEMPI

1) $a^{-2} = \dfrac{1}{a^{-(-2)}} = \dfrac{1}{a^2}$

2) $3^{-4} = \dfrac{1}{3^4}$

Con questa definizione tutte le proprietà delle potenze continuano a valere

POTENZE A ESPONENTE RAZIONALE

$\mathbb{Q} = \left\{ \dfrac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$

$= \left\{ 0, -1, 3, \dfrac{7}{5}, -\dfrac{8}{17}, \dots \right\}$

$a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$

$n, m > 0 \qquad a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$

$a^{-\frac{3}{5}} = \dfrac{1}{a^{\frac{3}{5}}} = \dfrac{1}{\sqrt[5]{a^3}}$

ESEMPI

$3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

$5^{-\frac{10}{17}} = \dfrac{1}{5^{\frac{10}{17}}} = \dfrac{1}{\sqrt[17]{5^{10}}}$

POTENZE A ESPONENTE REALE

$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$, cioè $\sqrt{2}$ non si può scrivere come frazione (di numeri interi)

$\sqrt{2} = 1,4142135\dots$

CODA DECIMALE INFINITA NON PERIODICA

Che significato possiamo dare a $3^{\sqrt{2}}$?

$\sqrt{2} = 1,4142135\ldots$

APPROSSIMAZIONI SUCCESSIVE DI $\sqrt{2}$	APPROSSIMAZIONI SUCCESSIVE DI $3^{\sqrt{2}}$
1	3^{1}
$1,4$	$3^{1,4}$
$1,41$	$3^{1,41}$
$1,414$	$3^{1,414}$
$1,4142$	$3^{1,4142}$
$1,41421$	$3^{1,41421}$
$\vdots$	$\vdots$

Si dimostra che questa successione si avvicina sempre di più (converge) a un unico e ben determinato numero reale che denotiamo con $3^{\sqrt{2}}$