83 In un piano, riferito a un sistema monometrico di assi cartesiani ortogonali (Oxy), è assegnato il luogo geometrico dei punti che soddisfano la seguente equazione:

$$2xy - (k-1)x + 4y - 2k + 1 = 0,$$

dove k è un parametro reale.
Determinare per quali valori di k il luogo assegnato è:

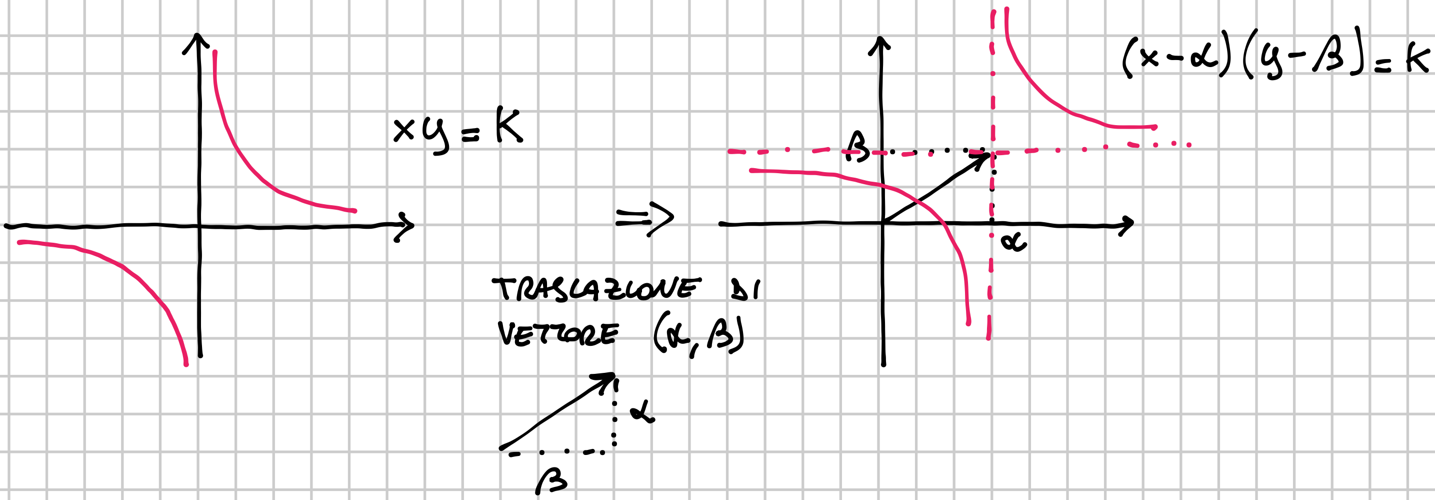
- un'iperbole;
- una coppia di rette.

(Esame di Stato di indirizzo scientifico, Scuole italiane all'estero, Sessione ordinaria, 2001, quesito 4)

$$2xy - Kx + x + 4y - 2K + \overset{+2-1}{1} = 0$$

$$x(2y - K + 1) + 2(2y - K + 1) - 1 = 0$$

$(2y - K + 1)(x + 2) = 1$ è l'equazione di una iperbole per qualsiasi valore di K



Per avere una coppia di rette (gli asintoti) dovrei porre uguale a 0 il termine noto: $(x-\alpha)(y-\beta) = 0$.

Nel nostro caso: $(2y - K + 1)(x + 2) = 1$

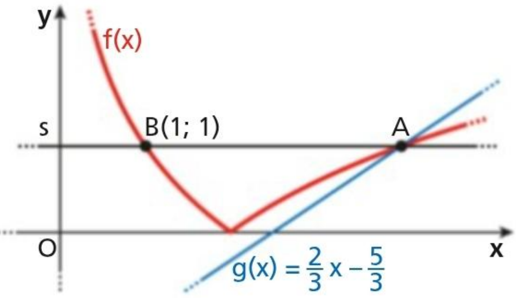
non è 0, quindi non posso mai avere una coppia di rette

95 La funzione $f(x)$ in figura ha equazione $f(x)=|\log_a x+b|$, con $a>0$ e $b<0$.

a. Sapendo che la retta s è parallela all'asse x, ricava i valori dei parametri a e b.

b. Sia $h(x)=(f\circ g)(x)$. Scrivi l'espressione analitica di h e risolvi $h(x)>1$.

$\left[\text{a) } a=2, b=-1;\ \text{b) } \frac{5}{2}<x<4 \lor x>\frac{17}{2}\right]$



$f(x)=|\log_a x+b|$ $s: y=1$

$B(1,1)=(1,f(1)) \Rightarrow f(1)=1$

$b<0$

$|\underbrace{\log_a 1}_{=0}+b|=1 \Rightarrow |b|=1 \Rightarrow b=-1$

$f(x)=|\log_a x-1|$

$A: \begin{cases} y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3} \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow 1=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$ $\frac{2}{3}x=1+\frac{5}{3}$ $\frac{2}{3}x=\frac{8}{3} \Rightarrow x=4$

$A(4,1)$ $f(4)=1 \Rightarrow |\log_a 4-1|=1$

$\log_a 4-1=\pm 1$

$\log_a 4-\cancel{1}=-\cancel{1}$

$\log_a 4=0$ IMP.

$\log_a 4-1=1$

$\log_a 4=2$

$a^2=4 \Rightarrow a=2$

$a>0$

$f(x)=|\log_2 x-1|$ $x>0$

$g(x)=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$

$(f\circ g)(x)=\left|\log_2\left(\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}\right)-1\right|$ $\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}>0$

$$(f \circ g)(x) = \left| \log_2\left(\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}\right) - 1 \right| \qquad \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} > 0$$

$$\Downarrow$$

$$x > \frac{5}{2}$$

$$h(x) = \left| \log_2\left(\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}\right) - 1 \right| \qquad D = \left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$$

$$h(x) > 1$$

$$\left| \log_2\left(\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}\right) - 1 \right| > 1 \qquad x > \frac{5}{2}$$

$$\begin{cases} \log_2\left(\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}\right) - 1 > 1 \\ x > \frac{5}{2} \end{cases} \vee \begin{cases} \log_2\left(\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}\right) - 1 < -1 \\ x > \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\log_2\left(\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}\right) > 2 \qquad \log_2\left(\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}\right) < 0$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{5}{3} > 4 \qquad 0 < \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} < 1$$

$$\frac{2}{3}x > \frac{17}{3} \qquad \frac{5}{3} < \frac{2}{3}x < 1 + \frac{5}{3}$$

$$x > \frac{17}{2} \quad \vee \quad 5 < 2x < 8$$

$$\frac{5}{2} < x < 4$$

$$\boxed{\frac{5}{2} < x < 4 \quad \vee \quad x > \frac{17}{2}}$$