71 Si determinino i valori reali di x per cui $\left[\frac{1}{5}(x^2-10x+26)\right]^{x^2-6x+1}=1$.

(*Esame di Stato, Liceo scientifico, Sessione ordinaria*, 2014, *quesito* 10)

[quattro soluzioni: $x=3,7,3\pm2\sqrt{2}$]

1° CASO $\Rightarrow$ ESPONENTE = 0

$$\begin{cases} x^2-6x+1=0 & \Rightarrow \frac{\Delta}{4}=9-1=8 \quad x=3\pm2\sqrt{2} \\ \underset{\substack{\uparrow \\ \text{BASE}}}{x^2-10x+26}\neq 0 & \Rightarrow \frac{\Delta}{4}=25-26=-1 \Rightarrow x^2-10x+26>0 \quad \forall x\in\mathbb{R} \end{cases}$$

la base è positiva per ogni x

2° CASO $\Rightarrow$ BASE = 1

$$\frac{1}{5}(x^2-10x+26)=1$$

$$x^2-10x+26=5$$

$$x^2-10x+21=0 \qquad \frac{\Delta}{4}=25-21=4$$

$$x=5\pm2=\begin{cases}3\\7\end{cases}$$

<u>SOLUZIONI</u>: $3,\ 7,\ 3\pm2\sqrt{2}$

$$\boxed{x=3 \quad \vee \quad x=7 \quad \vee \quad x=3\pm2\sqrt{2}}$$

73 **LEGGI IL GRAFICO**

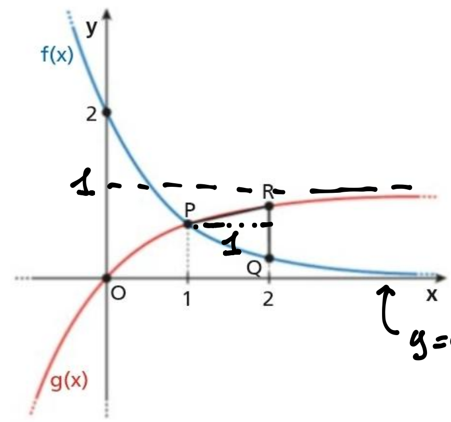
a. Osserva la figura e trova le equazioni delle funzioni

$$f(x) = a\left(\frac{1}{3}\right)^x + b \quad \text{e} \quad g(x) = c\left(\frac{1}{3}\right)^x + d.$$

Determina le coordinate del punto di intersezione P dei grafici.

b. Determina l'area del triangolo PQR rappresentato in figura.

$\left[\text{a) } f(x) = 2\left(\frac{1}{3}\right)^x;\ g(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1;\ P\left(1; \frac{2}{3}\right);\ \text{b) } \frac{1}{3}\right]$



$y=0$ è ASINTOTO PER f $\Rightarrow b=0$

f passa per $(0,2)$ $\qquad$ g passa per $(0,0)$ $\qquad$ $f(1)=g(1)$

$2 = a\left(\frac{1}{3}\right)^0 + b$ $\qquad$ $0 = c\left(\frac{1}{3}\right)^0 + d$ $\qquad$ $a\left(\frac{1}{3}\right)^1 + b = c\left(\frac{1}{3}\right)^1 + d$

$a + b = 2$ $\qquad$ $c + d = 0$ $\qquad$ $\frac{1}{3}a + b = \frac{1}{3}c + d$

$b=0$ perché $y=0$ è ASINTOTO per f

$a = 2 \quad b = 0$ $\qquad$ $c = -d$ $\qquad$ $\frac{2}{3} = -\frac{1}{3}d + d$

$\frac{2}{3} = \frac{2}{3}d \Rightarrow d = 1$

$a = 2 \quad b = 0 \quad c = -1 \quad d = 1$

$f(x) = 2\left(\frac{1}{3}\right)^x$ $\qquad$ $g(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$

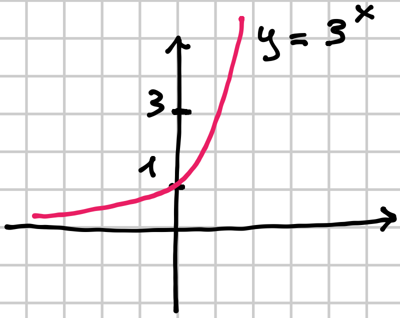
$P\left(1, \frac{2}{3}\right)$ $\qquad$ $R\left(2, g(2)\right) = \left(2, -\frac{1}{9} + 1\right) = \left(2, \frac{8}{9}\right)$

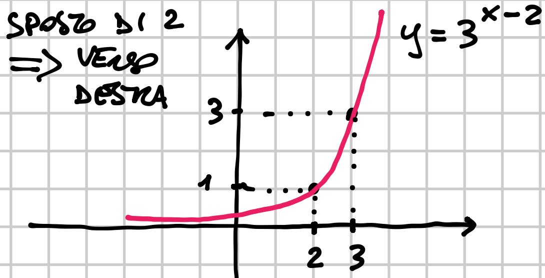
$Q\left(2, f(2)\right) = \left(2, \frac{2}{9}\right)$

$\overline{RQ} = \frac{8}{9} - \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ $\qquad$ ALTEZZA $h = 1$ $\qquad$ AREA $= \frac{1 \cdot \frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{3}$

74 Stabilisci il numero di soluzioni della seguente equazione:

$3^{x-2} = x^2 - 5x + 6.$ [una sol.; $1 < x < 2$]



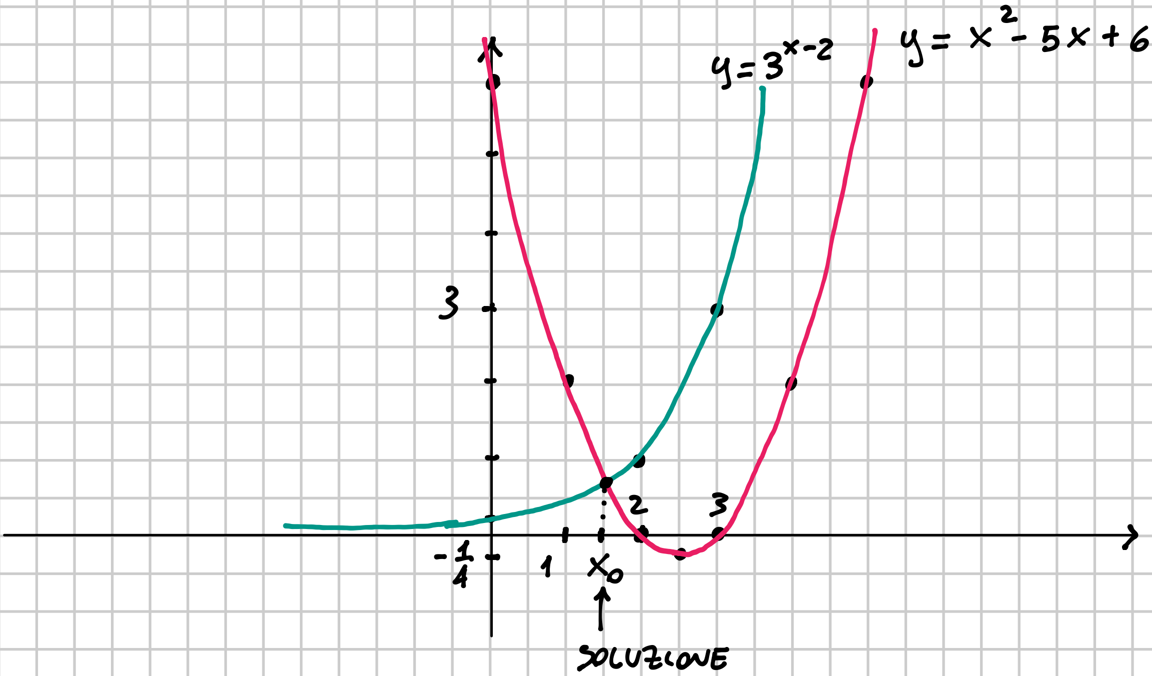


Disegniamo la parabola $y = x^2 - 5x + 6$

$y = (x-2)(x-3)$ $V = \left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

INT. ASSE X $(2,0), (3,0)$

INT. ASSE Y $(0,6)$



Una sola soluzione $1 < x_0 < 2$