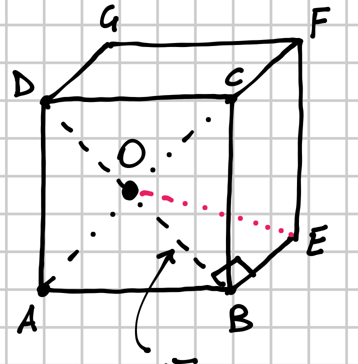
60 **ORA PROVA TU** Otto cariche uguali di valore q sono situate ai vertici di un cubo di lato $L = 10$ cm posto nel vuoto. Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie sferica di raggio $r = 9{,}5$ cm e centro nel punto di incontro delle diagonali di una delle facce del cubo è $\Phi = 2{,}3 \times 10^3$ N · m²/C. Determina

- il valore della carica q;
- il flusso del campo elettrico attraverso la superficie della sfera inscritta nel cubo;
- il flusso del campo elettrico attraverso una superficie sferica con centro in uno dei vertici del cubo e raggio $r = 15$ cm.

[5,1 nC; 0 N · m²/C; 4,0 × 10³ N · m²/C]



$5\sqrt{2}$ cm $< r$

quindi A, B, C, D sono all'interno della sfera

E, F, G, H sono interni o esterni alla sfera?

Se uno di essi è interno, per simmetria, anche gli altri sono interni e viceversa.

Dobbiamo confrontare la distanza OE con il raggio della sfera.

$E\hat{B}O$ è retto $\Rightarrow$ $OE = \sqrt{BE^2 + OB^2} = \sqrt{(10 \text{ cm})^2 + (5\sqrt{2} \text{ cm})^2} = \sqrt{150}$ cm

$= 12{,}24\ldots$ cm $> r$ $\Rightarrow$ le cariche in E, F, G, H sono ESTERNE alla sfera

$$\Phi = \frac{4q}{\varepsilon_0} \Rightarrow q = \frac{\varepsilon_0 \Phi}{4} = \frac{\left(8{,}854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}\right)\left(2{,}3 \times 10^3 \frac{N \cdot m^2}{C}\right)}{4} =$$

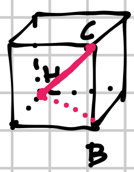
$$= 5{,}091\ldots \times 10^{-9} \text{ C} \simeq \boxed{5{,}1 \times 10^{-9} \text{ C}}$$

Se S è una superficie sferica inscritta nel cubo, non contiene al suo interno nessuno degli 8 vertici, dunque $\Phi_S(\vec{E}) = 0$

Una sfera S' di raggio 15 cm e centro C contiene sicuramente i vertici D, F, B. Controlliamo se contiene E: $CE = 10\sqrt{2}$ cm $\simeq 14$ cm < 15 cm

$\Rightarrow$ S' contiene E, A, G

Controlliamo la distanza CH (H non si vede)



$CH = \sqrt{HB^2 + CB^2} =$

$= \sqrt{(10\sqrt{2})^2 + 10^2}$ cm

$= 10\sqrt{3}$ cm $\simeq 17$ cm > 15 cm

In S' sono contenute 7 cariche q

$$\Phi_{S'} = \frac{7q}{\varepsilon_0} = \frac{7(5{,}031\ldots \times 10^{-9}\,C)}{8{,}854 \times 10^{-12}\,\frac{C^2}{N \cdot m^2}} = 4{,}024\ldots \times 10^{3}\,\frac{N}{C} \cdot m^2$$

$$\simeq \boxed{4{,}0 \times 10^{3}\,\frac{N}{C} \cdot m^2}$$

65 ◆◆◆ La carica $q = -2{,}5 \times 10^{-10}$ C, posta vicino a una distribuzione piana infinita di carica, è soggetta a una forza di modulo $F = 7{,}8 \times 10^{-4}$ N.

▶ Calcola il modulo della densità superficiale di carica sul piano nell'ipotesi che (a) il sistema sia nel vuoto e (b) il sistema sia immerso in un mezzo di costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 2{,}5$.

[$5{,}5 \times 10^{-5}$ C/m^2; $1{,}4 \times 10^{-4}$ C/m^2]

$$F = |q|E \implies F = |q|\frac{|\sigma|}{2\varepsilon}$$

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon}$$

$$|\sigma| = \frac{2\varepsilon F}{|q|}$$

a) $$|\sigma| = \frac{2\varepsilon_0 F}{|q|} = \frac{2\left(8{,}854 \times 10^{-12}\,\frac{C^2}{N \cdot m^2}\right)(7{,}8 \times 10^{-4}\,N)}{2{,}5 \times 10^{-10}\,C} =$$

$$= 55{,}24\ldots \times 10^{-6}\,\frac{C}{m^2} \simeq \boxed{5{,}5 \times 10^{-5}\,\frac{C}{m^2}}$$

b) $$|\sigma| = \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r F}{|q|} =$$

$$= \left(5{,}524\ldots \times 10^{-5}\,\frac{C}{m^2}\right) \cdot 2{,}5 =$$

$$= 13{,}81\ldots \times 10^{-5}\,\frac{C}{m^2} = \boxed{1{,}4 \times 10^{-4}\,\frac{C}{m^2}}$$