

11 Due sfere metalliche cariche di raggio R_1 e $R_2 = R_1 / 4$ hanno densità superficiali di carica rispettivamente σ_1 e $\sigma_2 = 20 \sigma_1$.

► Calcola il rapporto tra le cariche Q_1 e Q_2 delle due sfere. In seguito, tutta la carica della sfera 1 viene spostata sulla sfera 2 e la densità di carica superficiale diventa $\sigma_2' = 2,0 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$.

► Calcola quanto valeva la carica Q_1 se $R_1 = 2,5 \text{ cm}$.
 [4/5; $4,4 \times 10^{-11} \text{ C}$]

SFERA 1

$$R_1$$

$$\sigma_1$$

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{4\pi R_1^2}$$

SFERA 2

$$R_2 = \frac{1}{4} R_1$$

$$\sigma_2 = 20 \sigma_1$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_2}{4\pi R_2^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_2}{4\pi R_2^2} = 20 \frac{Q_1}{4\pi R_1^2} = 20 \sigma_1$$

$$\frac{Q_2}{4\pi R_2^2} = 20 \frac{Q_1}{4\pi R_1^2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1^2}{20 R_2^2} = \frac{R_1^2}{20 \left(\frac{1}{4} R_1\right)^2} =$$

$$= \frac{R_1^2}{20 \frac{1}{16} R_1^2} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$$

Nella nuova situazione, la sfera 2 ha una carica $Q_1 + Q_2 =$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{4}{5} \Rightarrow Q_2 = \frac{5}{4} Q_1 = Q_1 + \frac{5}{4} Q_1 = \frac{9}{4} Q_1$$

$$\sigma_2' = \frac{\frac{9}{4} Q_1}{4\pi R_2^2}$$

$$\sigma_2' = \frac{9 Q_1}{16\pi R_2^2} = \frac{9 Q_1}{16\pi \frac{R_1^2}{16}}$$

$$\sigma_2' = \frac{9 Q_1}{\pi R_1^2}$$

$$Q_1 = \frac{\pi R_1^2 \sigma_2'}{9} = \frac{\pi (2,5 \times 10^{-2} \text{ m})^2 (2,0 \times 10^{-7} \frac{\text{C}}{\text{m}^2})}{9} = 4,363... \times 10^{-11} \text{ C}$$

$$\approx \boxed{4,4 \times 10^{-11} \text{ C}}$$

17

Una sfera conduttrice di raggio $R = 14 \text{ cm}$, carica e isolata, genera nel vuoto un campo elettrico che sulla sua superficie vale $E(R) = 1,5 \text{ kV/m}$.

- ▶ Calcola il potenziale sulla superficie della sfera.
- ▶ Determina la carica elettrica depositata sulla sfera.

[$2,1 \times 10^2 \text{ V}$; $3,3 \text{ nC}$]

$$E(R) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^2}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

$$V = E(R) \cdot R = \left(1,5 \times 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}\right) (14 \times 10^{-2} \text{ m}) = 210 \text{ V} = \boxed{2,1 \times 10^2 \text{ V}}$$

$$V = k_0 \frac{Q}{R} \Rightarrow Q = \frac{V \cdot R}{k_0} = \frac{(2,1 \times 10^2 \text{ V})(14 \times 10^{-2} \text{ m})}{8,99 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}} =$$

$$= 3,27... \times 10^{-9} \text{ C} \approx \boxed{3,3 \text{ nC}}$$