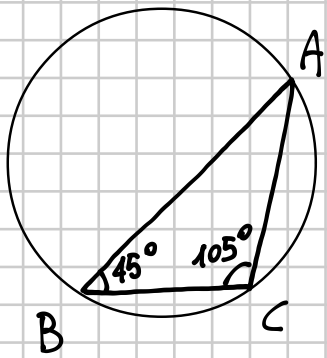
173 Sia ABC un triangolo inscritto in una circonferenza. Determina la misura del raggio, sapendo che la corda BC misura $12l$ e gli angoli $\widehat{B}$ e $\widehat{C}$ misurano rispettivamente 45° e 105°. Trova poi il perimetro del triangolo.

$[r = 12l; 6l(\sqrt{6} + 2 + 3\sqrt{2})]$



$$\overline{BC} = 12l$$

$$\hat{A} = 180° - 45° - 105° = 30°$$

$$\overline{BC} = 2r \cdot \sin 30°$$

$$12l = \cancel{2}r \cdot \frac{1}{\cancel{2}} = r \Rightarrow r = 12l$$

$$\overline{AB} = 2r \cdot \sin \hat{C} = 2r \cdot \sin 105° = 24l \cdot \sin(45° + 60°) =$$

$$= 24l\left[\sin 45° \cdot \cos 60° + \cos 45° \cdot \sin 60°\right] =$$

$$= 24l\left[\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right] = \overset{6}{\cancel{24}}l \, \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\cancel{4}} = 6l(\sqrt{2} + \sqrt{6})$$

$$\overline{AC} = 2r \cdot \sin \hat{B} = 24l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 12l\sqrt{2}$$

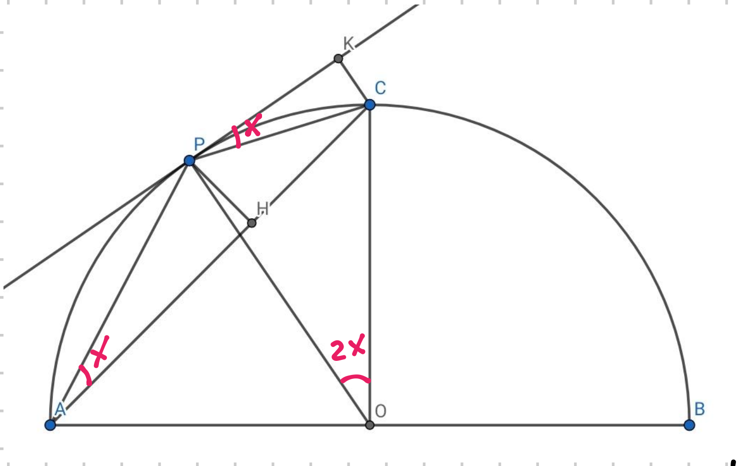
$$2p = 12l + 12l\sqrt{2} + 6l(\sqrt{2} + \sqrt{6}) = 6l\left[2 + 2\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{6}\right] =$$

$$= \boxed{6l(2 + 3\sqrt{2} + \sqrt{6})}$$

179 In una semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 2r$, la corda AC misura $r\sqrt{2}$. Il punto P, preso sull'arco $\widehat{AC}$, ha proiezione H sul segmento AC e C ha proiezione K sulla tangente in P. Detto x l'angolo $C\hat{A}P$, determina la funzione $y = \overline{CK} + \sqrt{2}\,\overline{PH} + \overline{PK}$ e rappresenta il suo grafico tenendo conto dei limiti del problema.

$\left[y = 2r\sin 2x;\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}\right]$

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$



PCO è ISOSCELE, dunque

$O\hat{P}C = O\hat{C}P = \frac{\pi - 2x}{2} = \frac{\pi}{2} - x$

Dato che $O\hat{P}K = \frac{\pi}{2}$ si ha che

$C\hat{P}K = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - x\right) = x$

$\overline{PH} = \overline{PA} \cdot \sin x$

$\downarrow$

$\overline{PA} = 2r \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

$\overline{PH} = 2r \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \sin x$ $\qquad \overline{PC} = 2r \cdot \sin x$ (TH. CORDA)

$\overline{PK} = \overline{PC} \cdot \cos x = 2r \sin x \cdot \cos x$

$\overline{CK} = \overline{PC} \cdot \sin x = 2r \sin x \cdot \sin x$

$y = \overline{CK} + \sqrt{2}\,\overline{PH} + \overline{PK} = 2r\sin^2 x + \sqrt{2} \cdot 2r\left[\cos x \cos\frac{\pi}{4} - \sin x \sin\frac{\pi}{4}\right] \cdot \sin x + 2r \sin x \cos x =$

$= 2r\sin^2 x + 2\sqrt{2}\,r\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x\right]\sin x + 2r\sin x\cos x =$

$= \cancel{2r\sin^2 x} + 2r\cos x \sin x \cancel{- 2r\sin^2 x} + 2r\sin x\cos x =$

$= 4r\sin x\cos x = 2r \cdot 2\sin x\cos x = 2r\sin 2x$

$\begin{cases} y = 2r\sin 2x \\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4} \end{cases}$