385 $x^2 - 4x + 13 = 0$ $[2 \pm 3i]$

$$\frac{\Delta}{4} = 4 - 13 = -9$$

le radici quadrate di -9 sono $\pm 3i$

$$\boxed{x = 2 \pm 3i}$$

INFATTI $(2+3i)^2 - 4(2+3i) + 13 = 4 + (3i)^2 + \cancel{12i} - 8 - \cancel{12i} + 13 =$

$$= 4 - 9 - 8 + 13 = 0$$

EQUAZIONI DI 2° GRADO

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm r}{2a}$$ dove r è una delle due radici quadrate di Δ

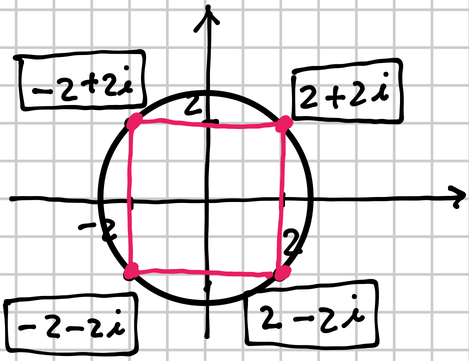
384 $x^4 + 64 = 0$ $[\pm 2(1+i); \pm 2(-1+i)]$

$x^4 = -64$ trovare le 4 radici quarte di -64

$$x^4 = 64(\cos\pi + i\sin\pi)$$

$$x_1 = 64^{\frac{1}{4}}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right) = 2^{\frac{3}{2}}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 2\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= 2 + 2i$$



393 $x^6 + 7x^3 - 8 = 0$ $\left[-2, 1 \pm i\sqrt{3}, 1, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}\right]$

$$\underbrace{(x^3+8)}_{1}\underbrace{(x^3-1)}_{2} = 0$$

1. $x^3 + 8 = 0$ $\quad (x+2)(x^2-2x+4) = 0$

$x = -2 \quad \vee \quad x^2 - 2x + 4 = 0$

$\frac{\Delta}{4} = 1 - 4 = -3$

$x = 1 \pm \sqrt{3}\, i$

2. $x^3 - 1 = 0$

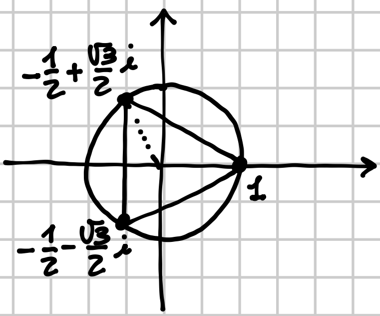
$x^3 = 1$

oppure $\quad x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1)$

$x = 1 \quad \vee \quad x^2 + x + 1 = 0$

$\Delta = 1 - 4 = -3$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}\, i}{2}$



$$\boxed{x = -2 \quad \vee \quad x = 1 \pm \sqrt{3}\, i \quad \vee \quad x = 1 \quad \vee \quad x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}\, i}{2}}$$

391 $x^4 + 6x^2 + 25 = 0$ $\quad [\pm(1+2i), \pm(1-2i)]$

$x^2 = t \qquad t^2 + 6t + 25 = 0 \qquad \frac{\Delta}{4} = 9 - 25 = -16$

$t = -3 \pm 4i$

① $x^2 = -3-4i \quad \vee \quad$ ② $x^2 = -3+4i$

① $x^2 = -3-4i \qquad \rho = \sqrt{(-3)^2+(-4)^2} = 5$

III QUADR. $\qquad \tan\vartheta = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3} \qquad \vartheta = \pi + \arctan\frac{4}{3}$

$$x_1 = 5^{\frac{1}{2}}\left(\cos\left(\frac{\pi+\arctan\frac{4}{3}}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi+\arctan\frac{4}{3}}{2}\right)\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi+\arctan\frac{4}{3}}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\arctan\frac{4}{3}}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\arctan\frac{4}{3}}{2}\right) =$$

$$= -\sqrt{\frac{1-\cos(\arctan\frac{4}{3})}{2}} = (*)$$

FORMULA DI BISEZIONE

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$$

$$\cos\alpha = \pm\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$$

$$\cos\left(\arctan\frac{4}{3}\right) = +\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2(\arctan\frac{4}{3})}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{4}{3}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{16}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{25}{9}}} = \frac{3}{5}$$

$$(*) = -\sqrt{\frac{1-\frac{3}{5}}{2}} = -\sqrt{\frac{\frac{2}{5}}{\cancel{2}}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin\frac{\vartheta}{2} = -\sqrt{1-\frac{1}{5}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{5}\left(-\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{5}}i\right) = \boxed{-1-2i}$$

Abbiamo trovato la radice $x_1 = -1-2i$, che è una radice quadrata di $-3-4i$. L'altra radice quadrata è $x_2 = 1+2i$ (opposto di x_1)

Abbiamo dunque trovato due soluzioni complesse dell'equazione. Le altre due saranno le coniugate di queste:

$$x_1 = -1-2i \qquad x_3 = \overline{x_1} = -1+2i$$

$$x_2 = 1+2i \qquad x_4 = \overline{x_2} = 1-2i$$

$$\boxed{x = -1-2i \;\vee\; x = 1+2i \;\vee\; x = -1+2i \;\vee\; x = 1-2i}$$