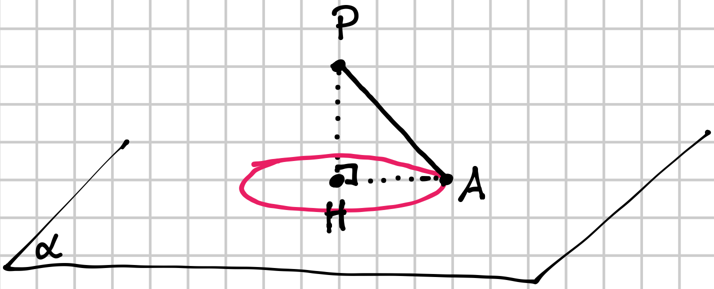
56 Il punto P dista 12 cm dal piano α e la sua proiezione ortogonale H su α è il centro di una circonferenza di raggio 9 cm giacente su α. Calcola la distanza tra P e un punto A della circonferenza. [15 cm]

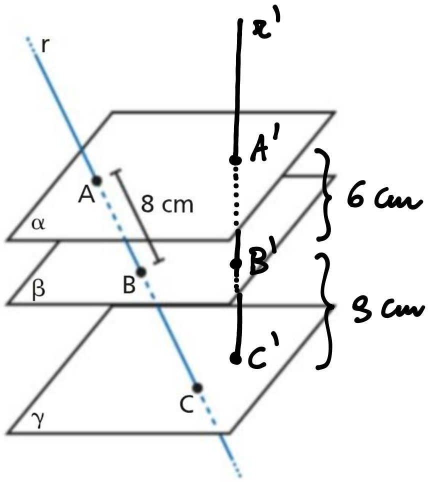
$PH = 12\ cm$

$HA = 9\ cm$



$$PA = \sqrt{12^2 + 9^2}\ cm = \sqrt{225}\ cm = 15\ cm$$

59 I piani α, β e γ sono fra loro paralleli. La distanza fra α e β è di 6 cm, fra β e γ di 9 cm. Quanto misura il segmento BC? [12 cm]



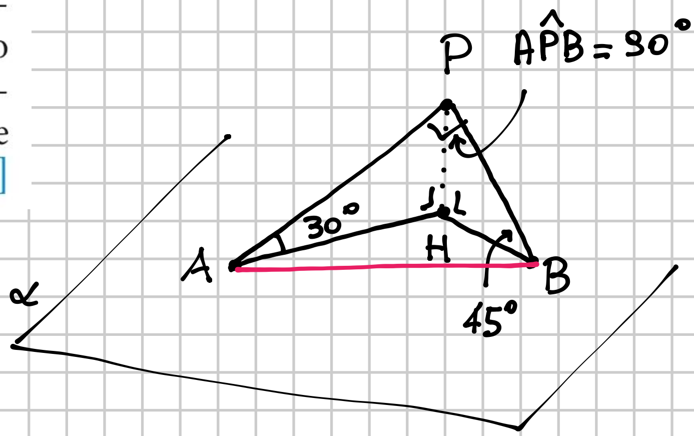
Applichiamo il teorema di TALETE (nello spazio)

$$AB : BC = A'B' : B'C'$$

$$(8\ cm) : BC = (6\ cm) : (9\ cm)$$

$$BC = \frac{(\overset{4}{\cancel{8}}\ cm)(\overset{3}{\cancel{9}}\ cm)}{\underset{\cancel{2}\ 1}{\cancel{6}}\ cm} = \boxed{12\ cm}$$

75 Da un punto P esterno al piano α traccia due semirette, a e b, fra loro perpendicolari, che intersecano α rispettivamente in A e B e che formano con α rispettivamente angoli di 30° e 45°. Determina la lunghezza del segmento AB, sapendo che P dista 12 cm da α. [$12\sqrt{6}$ cm]



ATTENZIONE: $\underbrace{A\hat{P}B}_{90°} \neq \underbrace{A\hat{P}H}_{60°} + \underbrace{H\hat{P}B}_{45°}$

$$\overline{AP} \cdot \sin 30° = \overline{PH} \Rightarrow \overline{AP} = \frac{\overline{PH}}{\sin 30°} = \frac{12}{\frac{1}{2}} = 24$$

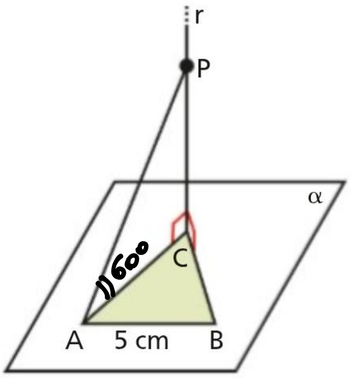
$$\overline{PB} = \frac{\overline{PH}}{\sin 45°} = \frac{12}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{24}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 12\sqrt{2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AP}^2 + \overline{PB}^2} = \sqrt{24^2 + 12^2 \cdot 2} = \sqrt{12^2 \cdot 2^2 + 12^2 \cdot 2} =$$

$$= 12\sqrt{4+2} = 12\sqrt{6}$$

$$\boxed{AB = 12\sqrt{6} \text{ cm}}$$

76 Il triangolo equilatero ABC giace sul piano α. Determina la distanza di P da α in modo che l'angolo tra AP e α sia di 60°. [$5\sqrt{3}$ cm]

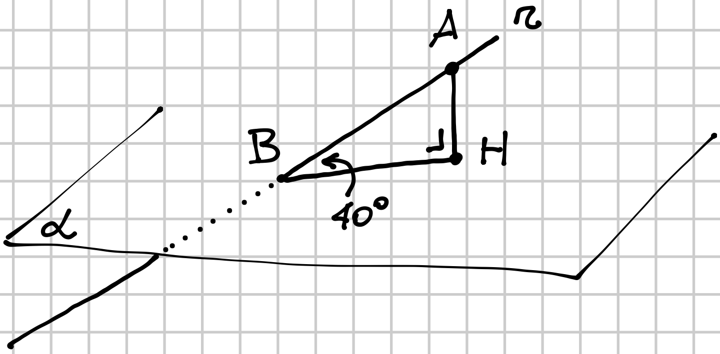


$\overline{PC} = \overline{AC} \cdot \tan 60° =$

$= 5 \cdot \sqrt{3}$

$PC = 5\sqrt{3}$ cm

77 La retta r forma un angolo di 40° con il piano α. Un punto A di r dista 30 cm dal punto di intersezione tra r e α. Quanto dista A dal piano α? [$\simeq$ 19,3 cm]



$AB = 30$ cm

$\overline{AH} = \overline{AB} \cdot \sin 40° =$

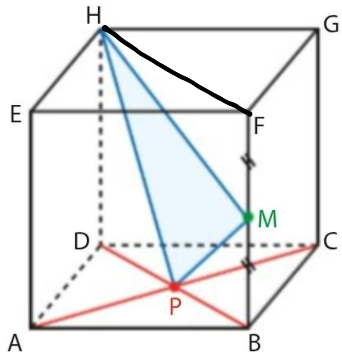
$= 30 \cdot \sin 40° =$

$= 19{,}283... \simeq 19{,}3$

$AH \simeq \boxed{19{,}3 \text{ cm}}$

121 Il cubo nella figura ha lo spigolo lungo 8 cm. Trova il perimetro del triangolo *HPM*.

$[4(\sqrt{3}+\sqrt{6}+3)\text{ cm}]$



Considero il triangolo PHD:

$\overline{PD} = \dfrac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2} \qquad \overline{HD} = 8$

$\overline{PH} = \sqrt{\overline{PD}^2 + \overline{HD}^2} = \sqrt{32+64} =$

$= \sqrt{16(2+4)} = 4\sqrt{6}$

Considero il triangolo PBM:

$\overline{PB} = 4\sqrt{2} \qquad \overline{BM} = 4 \qquad \overline{PM} = \sqrt{\overline{PB}^2 + \overline{BM}^2} = \sqrt{16\cdot 2+16} = 4\sqrt{3}$

Traccio la diagonale HF e considero il triangolo HFM

$\overline{HF} = 8\sqrt{2} \qquad \overline{FM} = 4 \qquad \overline{HM} = \sqrt{\overline{HF}^2 + \overline{FM}^2} = \sqrt{64\cdot 2+16} =$

$= \sqrt{16(8+1)} = 12$

$2p_{HPM} = 4\sqrt{6} + 4\sqrt{3} + 12 = 4(\sqrt{6}+\sqrt{3}+3)$

$\boxed{2p_{HPM} = 4(\sqrt{6}+\sqrt{3}+3)\text{ cm}}$