127 Determina l'equazione del piano parallelo all'asse y e passante per i punti $P(4;-7;2)$ e $Q(3;1;-3)$. $[5x-z-18=0]$

$ax+by+cz+d=0$ il coeff. di y è 0 $\Downarrow$ $b=0$

$$ax+cz+d=0$$

$P(4,-7,2)$

$Q(3,1,-3)$

$$\begin{cases} 4a+2c+d=0 \\ 3a-3c+d=0 \end{cases} \quad \begin{cases} 4\left(c-\frac{d}{3}\right)+2c+d=0 \\ a=c-\frac{d}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4c-\frac{4}{3}d+2c+d=0 \\ a=c-\frac{d}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} 6c=\frac{1}{3}d \\ // \end{cases} \quad \begin{cases} c=\frac{1}{18}d \\ a=c-\frac{d}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} d=18 \\ c=1 \\ a=1-\frac{18}{3}=-5 \end{cases}$$

$$-5x+z+18=0$$

$$\boxed{5x-z-18=0}$$

Trovare l'equazione del piano passante per questi 3 punti:

$$ax + by + cz + d = 0$$

$A(1,-1,-3)$

$B(-1,0,2)$

$C(0,1,1)$

$$\begin{cases} a - b - 3c + d = 0 \\ -a + 2c + d = 0 \\ b + c + d = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = b + 3c - d \\ -b - 3c + d + 2c + d = 0 \\ b + c + d = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} // \\ b = -c + 2d \\ -\cancel{c} + 2d + \cancel{c} + d = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = b + 3c \\ b = -c \\ 3d = 0 \Rightarrow d = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -c + 3c \\ b = -c \\ d = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2c \\ b = -c \\ d = 0 \end{cases}$$

Se trovo $d=0$, ricavo a e b in funzione di c e do a c un valore qualsiasi (diverso da 0)

Scelto

$$\begin{cases} c = 1 \\ a = 2 \\ b = -1 \\ d = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{2x - y + z = 0}$$

eq. del piano (passa per $O(0,0,0)$)

Determina, se esistono, i valori del parametro per i quali i piani rappresentati dalle seguenti coppie di equazioni sono paralleli e i valori per i quali i piani sono perpendicolari.

143 $-8x+(5-k)y+2z-1=0$; $\quad 4x+2y-z+2=0$. $\quad [k=9; k=-12]$

Due piani $ax+by+cz+d=0$ e $a'x+b'y+c'z+d'=0$

sono PARALLELI se $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}=\dfrac{c}{c'}$

sono PERPENDICOLARI se $(a,b,c)\cdot(a',b',c')=0$

prodotto scalare dei 2 vettori normali ai piani

$$aa'+bb'+cc'=0$$

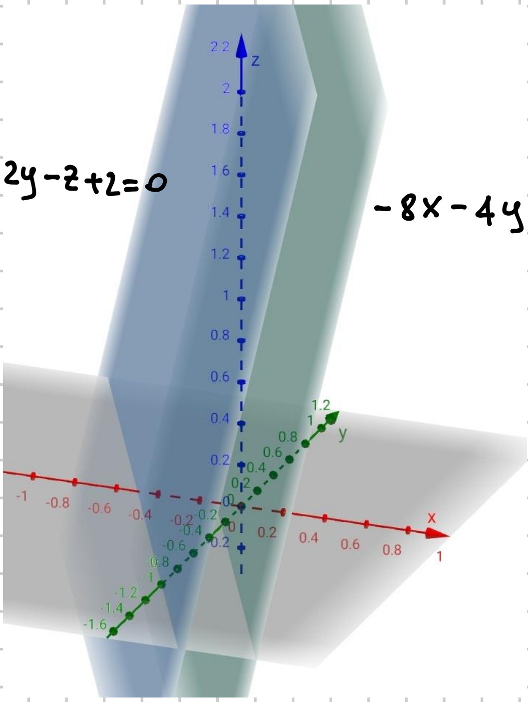
1) PARALLELISMO

$$-\frac{8}{4}=\frac{5-k}{2}=\frac{2}{-1} \implies \frac{5-k}{2}=-2$$

$$5-K=-4$$

$$K=9$$

$-8x-4y+2z-1=0 \;//\; 4x+2y-z+2=0$



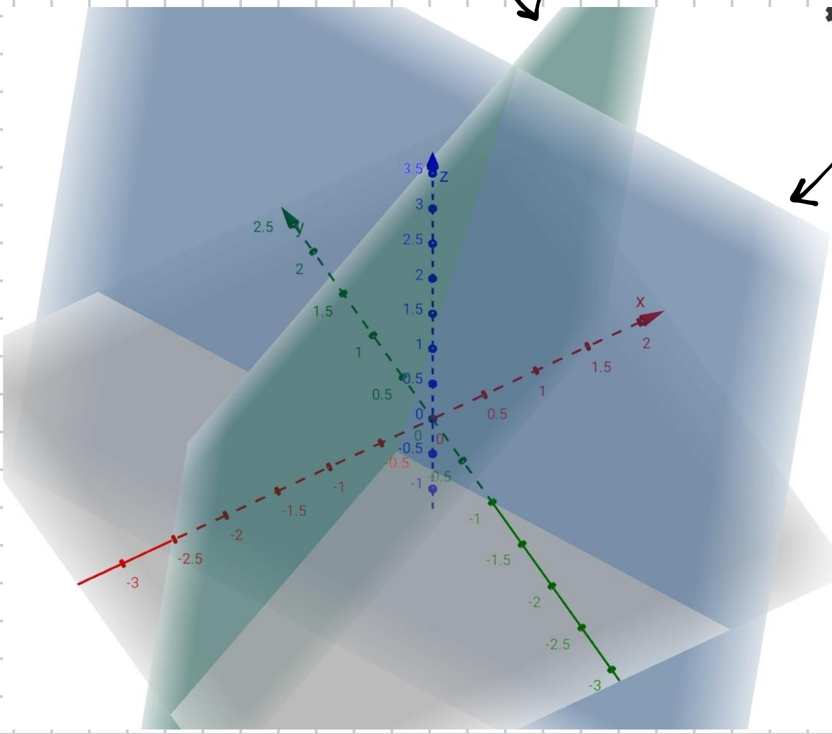
2) PERPENDICOLARITÀ

$$-8 \cdot 4 + (5-k) \cdot 2 + 2(-1) = 0$$

$$-32 + 10 - 2k - 2 = 0$$

$$-2k = 24 \qquad k = -12$$

$$-8x + 17y + 2z - 1 = 0 \perp 4x + 2y - z + 2 = 0$$



193 Una piramide ha per base un quadrato di vertici $A(1;0;0)$, $B(2;-2;2)$, $C(0;-1;4)$ e D, e vertice in $V(2;3;9)$. Calcola il volume della piramide. [17]

$\overline{AB} = \sqrt{(1-2)^2+(0+2)^2+(0-2)^2} = \sqrt{1+4+4} = 3$ lato del quadrato

L'altezza della piramide è la distanza di V dal piano che contiene la base, cioè il piano per A, B, C

$ax+by+cz+d=0$

$A(1,0,0)$ $\quad B(2,-2,2)$ $\quad C(0,-1,4)$

$$\begin{cases} a+d=0 \\ 2a-2b+2c+d=0 \\ -b+4c+d=0 \end{cases} \quad \begin{cases} a=-d \\ -2d-2b+2c+d=0 \\ b=4c+d \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-d \\ -2b+2c-d=0 \\ b=4c+d \end{cases} \quad \begin{cases} a=-d \\ -2(4c+d)+2c-d=0 \\ b=4c+d \end{cases} \Rightarrow -8c-2d+2c-d=0$$

$-6c=3d$

$c=-\frac{1}{2}d$

$$\begin{cases} a=-d \\ c=-\frac{1}{2}d \\ b=-2d+d \end{cases} \quad \begin{cases} a=-d \\ c=-\frac{1}{2}d \\ b=-d \end{cases} \quad \begin{cases} d=-2 \\ a=2 \\ b=2 \\ c=1 \end{cases}$$

$2x+2y+z-2=0 : \alpha$

$V(2,3,9)$

$$h_{PIR.} = d(V,\alpha) = \frac{2\cdot 2+2\cdot 3+9-2}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = \frac{17}{3}$$

PIANO

$$V_{PIR.} = \frac{1}{3}A_b\cdot h = \frac{1}{3}\cdot 3^2\cdot\frac{17}{3} = \boxed{17}$$

197 Determina i valori di k per cui il piano di equazione $(2-k)x + ky - 3kz + 1 + k = 0$:

a. passa per l'origine degli assi;

b. passa per il punto $P(3;1;0)$;

c. è perpendicolare al piano di equazione $5x - y - 2 = 0$.

$\left[a) -1;\ b)\ 7;\ c)\ \frac{5}{3}\right]$

a) $1 + K = 0 \Rightarrow K = -1$

b) $P(3,1,0)$

$(2-K)\cdot 3 + K\cdot 1 - 3K\cdot 0 + 1 + K = 0$

$6 - 3K + K + 1 + K = 0 \Rightarrow K = 7$

c) $5(2-K) - 1\cdot K + 0\cdot(-3K) = 0$

$10 - 5K - K = 0 \qquad -6K = -10 \qquad K = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$