253 Verifica che le rette di equazioni $\begin{cases} x - z + 1 = 0 \\ y - z - 1 = 0 \end{cases}$ e $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$ sono $\underbrace{\text{complanari e non parallele}}_{}$.

INCIDENTI
(ESISTE IL PUNTO DI INTERSEZIONE)

Per trovare il punto di intersezione sostituisco x, y, z del 2° sistema nel 1°

$$\begin{cases} 1 + t - (4 - t) + 1 = 0 \\ 1 + 3t - (4 - t) - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 1 + t - 4 + t + 1 = 0 \\ \cancel{1} + 3t - 4 + t - \cancel{1} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 2t = 2 \Rightarrow t = 1 \\ 4t = 4 \Rightarrow t = 1 \end{cases}$$

se il sistema ha soluzione (stesso t per entrambe le equazioni) ho il t del punto di intersezione

$\Downarrow$

$t = 1$

il punto di intersezione è

$P(2, 4, 3)$

Per trovare il piano che contiene le 2 rette, devo trovare il suo vettore normale $\vec{n} = (a, b, c)$, che deve essere perpendicolare a entrambi i vettori direzione delle 2 rette.

1ª RETTA

$$\begin{cases} x - z + 1 = 0 \\ y - z - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$$

vettore direzione $\vec{W_1} = (1, 1, 1)$

2ª RETTA

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$$

vett. direzione $\vec{W_2} = (1, 3, -1)$

CONDIZIONI DI PERPENDICOLARITÀ DI $\vec{n}$ CON $\vec{W_1}$ E $\vec{W_2}$

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \vec{W_1} = 0 \\ \vec{n} \cdot \vec{W_2} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} (a, b, c) \cdot (1, 1, 1) = 0 \\ (a, b, c) \cdot (1, 3, -1) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a + b + c = 0 \\ a + 3b - c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c=0 \\ a+3b-c=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a=-b-c \\ -b-c+3b-c=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a=-b-c \\ 2b=2c \end{cases} \qquad \begin{cases} a=-2c \\ b=c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-2 \\ b=1 \\ c=1 \end{cases}$$

scelto ARBITRARIAMENTE
(purché diverso da 0)

Il piano cercato è $ax+by+cz+d=0$, passante per $P(2,4,3)$

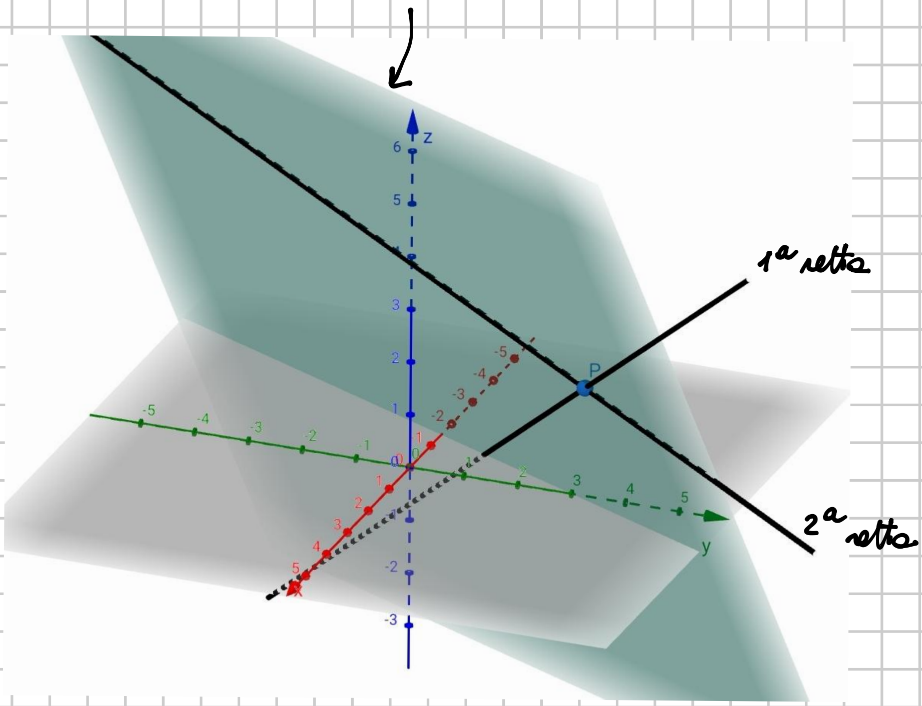
$$-2x+y+z+d=0$$

Impongo il passaggio per P e trovo d:

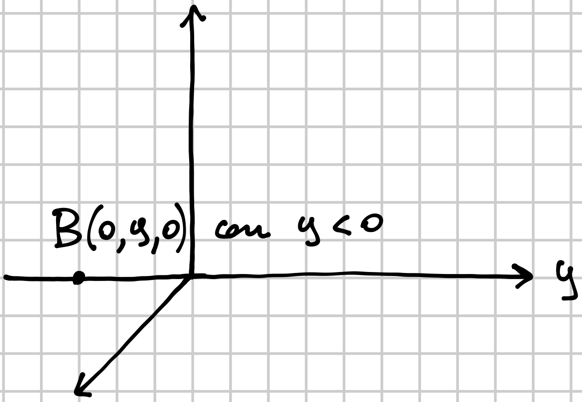
$$-2\cdot 2+4+3+d=0 \Rightarrow d=-3$$

$$-2x+y+z-3=0$$

$$\boxed{2x-y-z+3=0}$$



229 Scrivi le equazioni cartesiane della retta r passante per il punto $A(1;1;2)$ e per il punto B appartenente al semiasse negativo delle y e tale che il segmento AB misuri 3. $[2x = y+1 = z]$



$$\overline{AB} = 3 \Rightarrow \overline{AB}^2 = 9$$

$$(1-0)^2 + (1-y)^2 + (2-0)^2 = 9$$

$$1 + 1 + y^2 - 2y + 4 = 9$$

$$y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$(y-3)(y+1) = 0 \quad \begin{array}{l} \nearrow y = 3 \text{ N.A.} \\ \searrow y = -1 \end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$\underset{x_A\ y_A\ z_A}{A(1,1,2)} \qquad \underset{x_B\ y_B\ z_B}{B(0,-1,0)}$$

$$\frac{x-1}{0-1} = \frac{y-1}{-1-1} = \frac{z-2}{0-2}$$

$$\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-2} \xrightarrow[\text{per } -1]{\text{moltiplico}} x-1 = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{2}$$

moltiplico per 2

$$2x - 2 = y - 1 = z - 2$$

aggiungo 2

$$\boxed{2x = y + 1 = z}$$

254 Verifica che le rette di equazioni $\begin{cases} z=0 \\ x+2y=-1 \end{cases}$ e $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=t \end{cases}$ sono sghembe.

In 3 passi

$\begin{cases} x+2t=-1 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-1-2t \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$ $\vec{w}_1=(-2,1,0)$

$z=0+0\cdot t$

$\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=t \end{cases}$ $\vec{w}_2=(1,1,1)$

NON sono parallele perché $\vec{w}_1$ e $\vec{w}_2$ non sono proporzionali

$\frac{-2}{1} \neq \frac{1}{1}$

$\begin{cases} z=0 \\ x+2y=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=t \end{cases}$

SOSTITUISCO

$\begin{cases} t=0 \\ 1+t+2(3+t)=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} t=0 \\ 1+t+6+2t=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} t=0 \\ 3t=-8 \end{cases}$ $\begin{cases} \\ 0=-8 \end{cases}$

IMPOSSIBILE

Quindi le 2 rette NON si intersecano, ed essendo non parallele sono SGHEMBE.