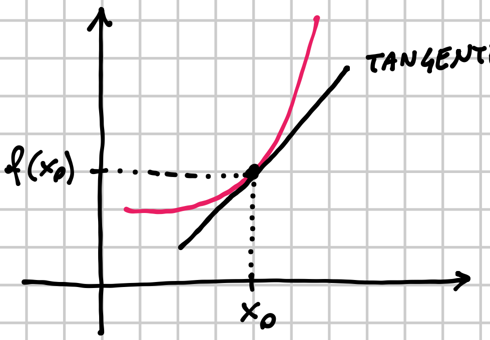
ANCORA ALCUNE CONSIDERAZIONI SULLE DERIVATE

$y = f(x)$ funzione

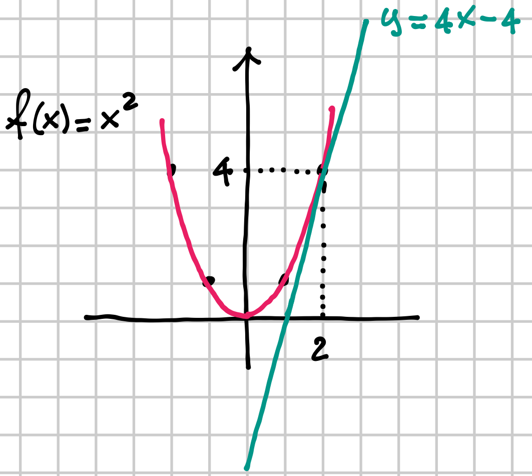


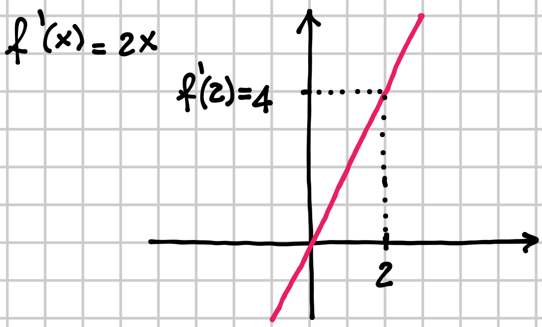
DERIVATA NEL PUNTO x_0

DERIVATA DI f IN x_0 $= f'(x_0) =$ coefficiente angolare della tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$

eq. tangente $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$

Se considero la funzione $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = x^2$, posso considerare la FUNZIONE DERIVATA $f': \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f'(x) = 2x$ che ad ogni x associa il coeff. angolare della tangente al grafico $y = x^2$ nel punto x (ad ogni x associa la derivata nel punto x)





La tangente a f in $x = 2$

$y - 4 = 4(x - 2) \Rightarrow y = 4x - 4$

La (funzione) derivata di f si indica con:

f' $\quad \frac{dy}{dx}$ (a volte $\frac{df}{dx}$; per indicare la derivata nel punto x_0 si usa $f'(x_0)$ oppure $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=x_0}$ $\left.\frac{df}{dx}\right|_{x=x_0}$)

ALCUNE OSSERVAZIONI SUL CALCOLO DELLE DERIVATE

1) $[f(x)+g(x)]' = f'(x) + g'(x)$

2) $K \in \mathbb{R} \quad [K f(x)]' = K f'(x)$

PROPRIETÀ DI LINEARITÀ DELLE DERIVATE (CONSEGUENZA DELLA LINEARITÀ DEI LIMITI)

dimostriamo la 2)

$$[K f(x)]' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{K f(x+\Delta x) - K f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{K[f(x+\Delta x) - f(x)]}{\Delta x} =$$

$$= K \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = K f'(x)$$

3) Calcolo la derivata di $\cos(\omega x) \quad \omega \in \mathbb{R}$

$$[\cos(\omega x)]' = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cos(\omega(x+\Delta x)) - \cos(\omega x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cos(\omega x + \omega \Delta x) - \cos(\omega x)}{\Delta x} =$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cos(\omega x)\cdot\cos(\omega\Delta x) - \sin(\omega x)\sin(\omega\Delta x) - \cos(\omega x)}{\Delta x} =$$

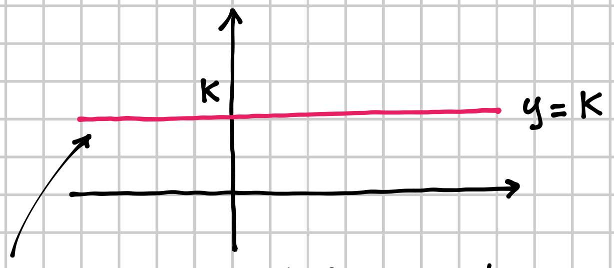
$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left[\cos(\omega x) \underbrace{\frac{[\cos(\omega\Delta x) - 1]}{\omega\Delta x}}_{\to 0} \omega - \frac{\sin(\omega x)\cdot \sin(\omega\Delta x)}{\omega\Delta x}\cdot\omega \right] =$$

(where $\frac{\sin(\omega\Delta x)}{\omega\Delta x} \to 1$)

$$= -\omega \sin \omega x$$

Quindi $[\cos \omega x]' = -\omega \sin \omega x$ o $\frac{d(\cos \omega x)}{dx} = -\omega \sin \omega x$

4) La derivata di una funzione costante è 0



$$\frac{dy}{dx} = 0$$

il coeff. angolare della tangente in qualsiasi punto della retta orizzontale è 0

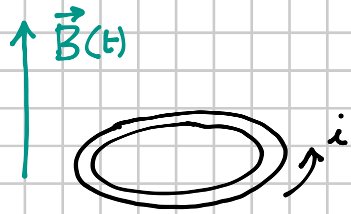
21 **CON LE DERIVATE** Una spira circolare di rame di raggio 5,0 cm e resistenza per unità di lunghezza $\rho = 12\ \Omega/\text{m}$, si trova nel centro di una seconda spira di raggio molto grande che genera un campo magnetico uniforme e variabile nel tempo secondo la legge $B(t) = B_0 + B_1 \cos(\omega t + \varphi_0)$, dove $B_0 = 0{,}50$ T, $B_1 = 0{,}22$ T e $\omega = 230$ rad/s.

- Determina la massima intensità di corrente che scorre nella spira.
- Vuoi raddoppiare la corrente massima: quale deve essere il raggio della spira di rame?

[0,11 A; 10 cm]

CAMPO MAGNETICO VARIABILE DI MODULO

$$B(t) = B_0 + B_1 \cos(\omega t + \varphi_0)$$



$$i = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow |i| = \frac{1}{R}\left|\frac{d\Phi}{dt}\right|$$

$$\Phi = \Phi(t) = B(t) \cdot S \qquad \frac{d\Phi}{dt} = S \cdot B'(t) = S \cdot [B_0 + B_1 \cos(\omega t + \varphi_0)]' =$$

$$= S \cdot B_1 \cdot [\cos(\omega t + \varphi_0)]' = S \cdot B_1 (-\omega \sin(\omega t + \varphi_0))$$

$$|i| = \frac{1}{R}\left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \frac{S B_1 \omega |\sin(\omega t + \varphi_0)|}{R} = \frac{\cancel{\pi} r^{\cancel{2}} B_1 \omega |\sin(\omega t + \varphi_0)|}{2 \cancel{\pi} \cancel{r} \rho} =$$

$$= \frac{r B_1 \omega |\sin(\omega t + \varphi_0)|}{2\rho}$$

$$i_{MAX} = \frac{r B_1 \omega}{2\rho} = \frac{(5{,}0 \times 10^{-2}\ \text{m})(0{,}22\ \text{T})(230\ \frac{\text{rad}}{\text{s}})}{2\ (12\ \Omega/\text{m})} = 10{,}54\ldots \times 10^{-2}\ \text{A} \simeq \boxed{0{,}11\ \text{A}}$$

si ha per $|\sin(\omega t + \varphi_0)| = 1$

Dato che i_{MAX} è direttamente proporzionale al raggio della spira, per raddoppiare i_{MAX} devo raddoppiare il raggio r.

Dunque $r = 10\ cm$