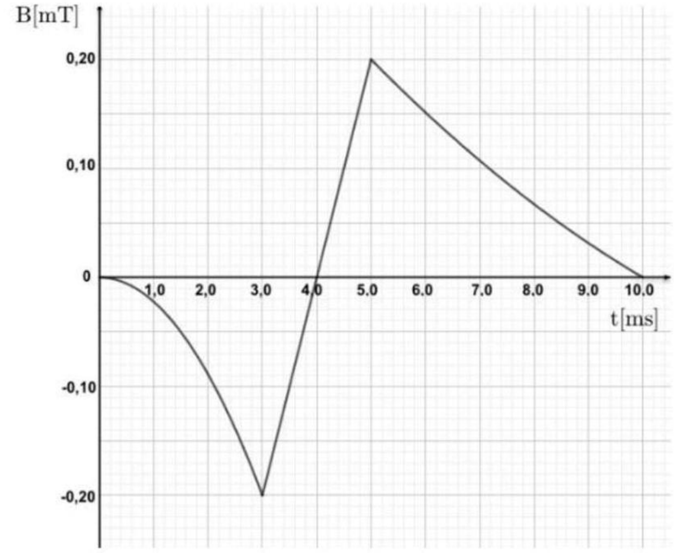
ESAME DI STATO 2019

6. Una spira di rame, di resistenza $R = 4{,}0\ \text{m}\Omega$, racchiude un'area di $30\ \text{cm}^2$ ed è immersa in un campo magnetico uniforme, le cui linee di forza sono perpendicolari alla superficie della spira. La componente del campo magnetico perpendicolare alla superficie varia nel tempo come indicato in figura. Spiegare la relazione esistente tra la variazione del campo che induce la corrente e il verso della corrente indotta. Calcolare la corrente media che passa nella spira durante i seguenti intervalli di tempo:

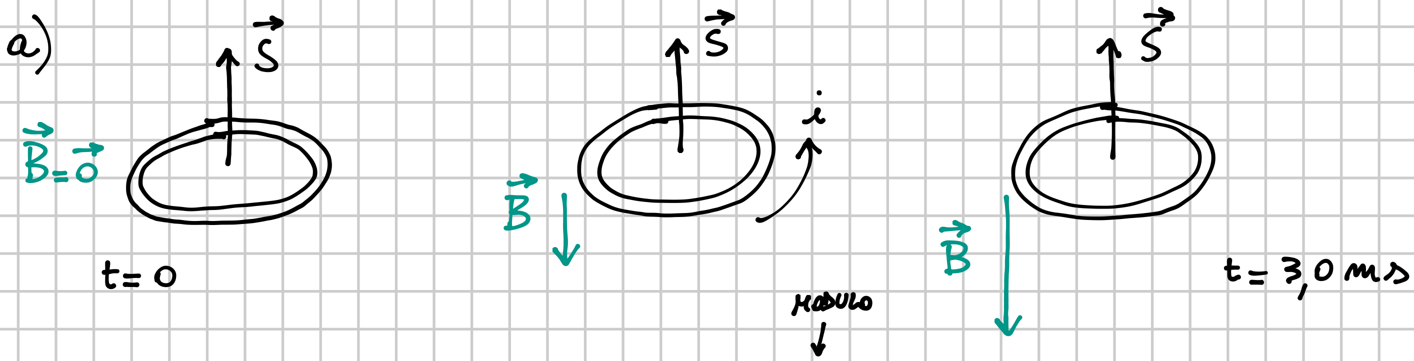
   a) da 0,0 ms a 3,0 ms;

   b) da 3,0 ms a 5,0 ms;

   c) da 5,0 ms a 10 ms.



a)



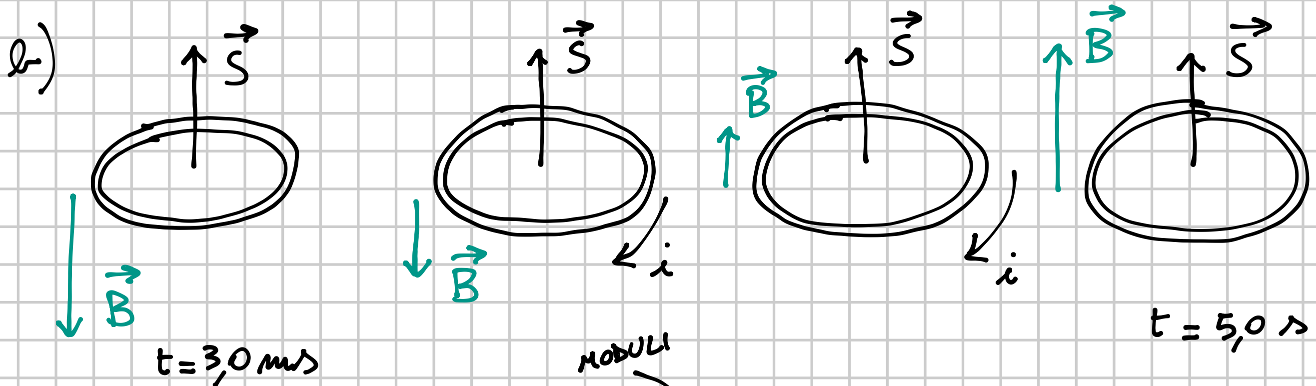
MODULO

$$i_m = -\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{1}{R}\frac{\Phi_2-\Phi_1}{\Delta t} = -\frac{1}{R}\frac{-B_2 S - 0}{\Delta t} = \frac{B_2 S}{R\Delta t} =$$

(MEDIA)

$$= \frac{(0{,}20\times10^{-3}\ \text{T})(30\times10^{-4}\ \text{m}^2)}{(4{,}0\times10^{-3}\ \Omega)(3{,}0\times10^{-3}\ \text{s})} = 0{,}050\ \text{A} = \boxed{5{,}0\times10^{-2}\ \text{A}}$$

b)

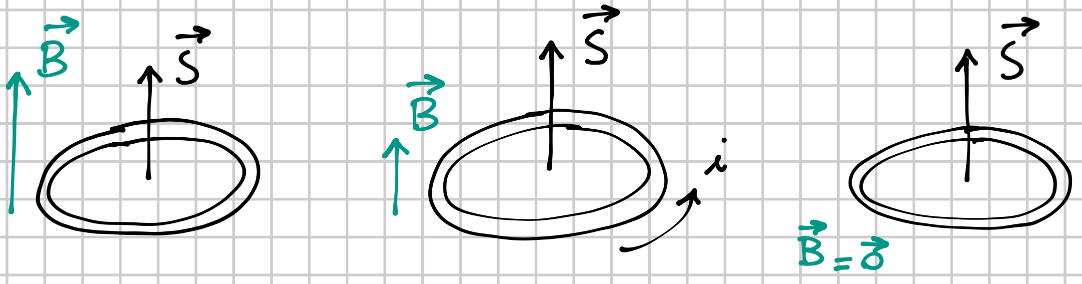


MODULI

$$i_m = -\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{1}{R}\frac{B_2 S-(-B_1 S)}{\Delta t} = -\frac{S(B_2+B_1)}{R\Delta t} =$$

$$= -\frac{(30\times10^{-4}\ \text{m}^2)(0{,}40\times10^{-3}\ \text{T})}{(4{,}0\times10^{-3}\ \Omega)(2{,}0\times10^{-3}\ \text{s})} = -1{,}5\times10^{-1}\ \text{A} = \boxed{-0{,}15\ \text{A}}$$

c)



$t = 5,0\ ms$ $\qquad$ $t = 10,0\ ms$

$$i_m = -\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{1}{R}\frac{-B_1 S}{\Delta t} = \frac{B_1 S}{R\Delta t} = \frac{(0,20\times10^{-3}\,T)(30\times10^{-4}\,m^2)}{(4,0\times10^{-3}\,\Omega)(5,0\times10^{-3}\,s)} =$$

$$= 0,30\times10^{-1}\,A = \boxed{3,0\times10^{-2}\,A}$$

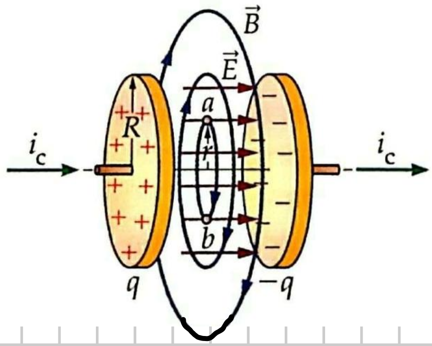
8 Un condensatore a facce piane parallele è caricato come illustrato in figura. Le armature circolari hanno raggio 4,00 cm e, in un determinato istante, la corrente di conduzione nel filo è 0,280 A. Calcola:

a) la densità della corrente di spostamento nell'aria, nello spazio compreso fra le armature;

b) il valore della rapidità di variazione del campo elettrico;

c) il campo magnetico indotto fra le armature alla distanza di 2,00 cm dall'asse;

d) il campo magnetico indotto fra le armature alla distanza di 1,00 cm dall'asse.



CORRENTE DI SPOSTAMENTO

$$\Rightarrow J_s = \frac{i_s}{S}$$

SUPERFICIE DELL'ARMATURA

a) $$J_s = \frac{0,280\,A}{\pi(4,00\times10^{-2}\,m)^2} = 0,0055704\ldots\times10^{4}\,\frac{A}{m^2} \simeq \boxed{55,7\,\frac{A}{m^2}}$$

b) $\frac{dE}{dt}$ è la grandezza richiesta

$$i_s = \varepsilon_0\,\frac{d(E\cdot S)}{dt}$$

$$i_s = \varepsilon_0\,S\,\frac{dE}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{i_s}{\varepsilon_0 S} = \frac{0,280\,A}{\left(8,854\times10^{-12}\,\frac{C^2}{N\cdot m^2}\right)\left(\pi(4,00\times10^{-2}\,m)^2\right)} =$$

$$= 0,00062914\ldots\times10^{16}\,\frac{N}{C\cdot s} \simeq \boxed{6,29\times10^{12}\,\frac{N}{C\cdot s}}$$

c) attraverso la superficie delimitata da r

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\varepsilon_0\,\frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$$

CIRCONF. DI RAGGIO 2,00 cm = r

$$B\cdot 2\pi r = \mu_0\varepsilon_0\,\frac{d(\pi r^2 E)}{dt}$$

$$B\cdot 2\cancel{\pi}\cancel{r} = \mu_0\varepsilon_0\cancel{\pi}\,r^{\cancel{2}}\,\frac{dE}{dt}$$

$$B = \frac{\mu_0\varepsilon_0}{2}\cdot r\cdot\frac{dE}{dt} = \frac{\left(4\pi\times10^{-7}\,\frac{N}{A^2}\right)\left(8,854\times10^{-12}\,\frac{C^2}{N\cdot m^2}\right)}{2}\cdot(2,00\times10^{-2}\,m)\left(6,2914\ldots\times10^{12}\,\frac{N}{C\cdot s}\right) =$$

$$B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2} \cdot r \cdot \frac{dE}{dt} = \frac{\left(4\pi \times 10^{-7} \frac{N}{A^2}\right)\left(8,854 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}\right)}{2} \cdot \left(2,00 \times 10^{-2} \, m\right)\left(6,2914 \ldots \times 10^{12} \frac{N}{C \cdot s}\right) =$$

$$= 699,997 \ldots \times 10^{-9} \, T \simeq \boxed{7,00 \times 10^{-7} \, T}$$

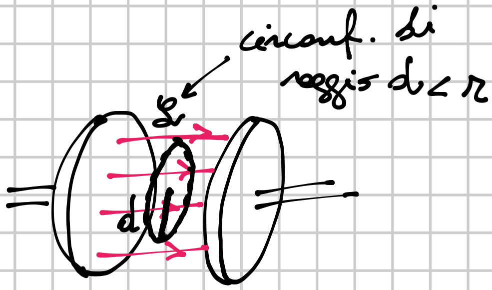
d) Stessi passaggi di prima, con $r = 1,00$ cm. In pratica basta dimezzare il risultato precedente

$$B = \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2} \cdot \underset{r = 1,00 \, cm}{\underset{\uparrow}{r}} \cdot \frac{dE}{dt} = \ldots = 3,4999 \ldots \times 10^{-7} \, T \simeq \boxed{3,50 \times 10^{-7} \, T}$$

21 ◆◆◆ **CON GLI INTEGRALI** Un condensatore ad armature piane circolari di raggio r, tra le quali c'è il vuoto, viene collegato a un circuito percorso da corrente alternata, di intensità $i(t) = i_0 \cos(\omega t)$.

- Come varia nel tempo il campo magnetico dentro il condensatore a una distanza d dall'asse del condensatore (con $d < r$)?
- Con quale legge varia il campo elettrico nel condensatore? All'istante $t = 0$ s il campo elettrico è nullo.

$$\left[B(t) = \frac{\mu_0 d}{2\pi r^2} i_0 \cos(\omega t);\ E(t) = \frac{i_0}{\pi r^2 \omega \varepsilon_0} \sin(\omega t)\right]$$



$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi(\vec{E})}{dt}$$

flusso di $\vec{E} = \vec{E}(t)$ attraverso la superficie delimitata da $\mathcal{L}$, cioè S

$$B \cdot 2\pi d = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d[\vec{E}(t) \cdot \vec{S}]}{dt}$$

$$B \cdot 2\pi d = \mu_0 \varepsilon_0 S \frac{dE}{dt}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\underbrace{\pi r^2}_{\text{AREA DELL'ARMATURA}} \varepsilon_0} \qquad q \leftarrow q(t)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\pi r^2 \varepsilon_0} \cdot \underbrace{\frac{dq}{dt}}_{i} = \frac{1}{\pi r^2 \varepsilon_0} i = \qquad i \leftarrow i(t)$$

$$= \frac{i_0 \cos(\omega t)}{\pi r^2 \varepsilon_0}$$

$$B \cdot 2\cancel{\pi} \cancel{d} = \mu_0 \cancel{\varepsilon_0} \cancel{\pi} d^{\cancel{2}} \frac{i_0 \cos(\omega t)}{\pi r^2 \cancel{\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 d}{2\pi r^2} i_0 \cos(\omega t)}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{i_0}{\pi r^2 \varepsilon_0} \cos(\omega t) \Rightarrow dE = \frac{i_0}{\pi r^2 \varepsilon_0} \cos(\omega t)\, dt$$

$$E = E(t) = \int_0^E dE = \int_0^t \frac{i_0}{\pi r^2 \varepsilon_0} \cos(\omega t)\, dt = \frac{i_0}{\pi r^2 \varepsilon_0} \int_0^t \cos(\omega t)\, dt =$$

$$= \frac{i_0}{\pi r^2 \varepsilon_0} \int_0^t \cos(\omega t)\,dt = \frac{i_0}{\pi r^2 \varepsilon_0 \omega} \int_0^t \underbrace{\omega \cos(\omega t)}_{[\sin(\omega t)]'}\,dt =$$

$$= \frac{i_0}{\pi r^2 \varepsilon_0 \omega} \left[\sin(\omega t) - \sin(\omega \cdot 0) \right] = \frac{i_0}{\pi r^2 \varepsilon_0 \omega} \cdot \sin(\omega t)$$

$$\boxed{E(t) = \frac{i_0}{\pi r^2 \varepsilon_0 \omega} \sin(\omega t)}$$