38 ◆◆◆ Un osservatore A vede in movimento a velocità costante $v = 0{,}22c$ un secondo osservatore B. Per l'osservatore A, l'orologio di B segna che sono trascorsi 46 s.

▶ Quanto tempo è trascorso secondo l'orologio di A?

[47 s]

$\beta = \frac{v}{c} = 0{,}22$

$\Delta t = 46\ s$ TEMPO PROPRIO

$$\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-(0{,}22)^2}}(46\ s) = 47{,}155\ldots\ s \simeq \boxed{47\ s}$$

50 ◆◆◆ A che velocità deve muoversi un oggetto affinché la sua lunghezza si riduca della metà? [$(\sqrt{3}/2)c$]

Δx = lunghezza propria $\Delta x'$ = lunghezza contratta

$$\Delta x' = \frac{1}{2}\Delta x \qquad \Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma}$$

$$\Rightarrow \gamma = 2 \qquad \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2 \qquad \frac{1}{2} = \sqrt{1-\beta^2}$$

$$\Downarrow$$

$$1-\beta^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$\beta^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\Downarrow$$

$$\beta = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \frac{v}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{v = \frac{\sqrt{3}}{2}c}$$

36 **ORA PROVA TU** In un acceleratore, una particella elementare viaggia a una velocità relativistica tale da «allungare» la sua vita media del 30%.

▶ Calcola di quanto deve aumentare, in percentuale, la velocità della particella affinché l'allungamento della sua vita media sia del 60% anziché del 30%. [22%]

Δt = tempo (proprio) di vita media nel s.R. della particella

$\Delta t' = \gamma_1 \Delta t$

$$\underbrace{\gamma_1}_{1,3} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_1}{c}\right)^2}}$$

(100% + 30%)

v_1 = velocità tale da aumentare la vita media del 30%

$$\underbrace{\gamma_2}_{1,6} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_2}{c}\right)^2}}$$

v_2 = velocità tale da aumentare la vita media del 60%

$$\text{aumento percentuale} = \frac{\Delta v}{v_1}\cdot(100\%) = \frac{v_2 - v_1}{v_1}\cdot(100\%) = \left[\frac{v_2}{v_1} - 1\right]\cdot(100\%)$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_1}{c}\right)^2}} \Rightarrow \sqrt{1-\left(\frac{v_1}{c}\right)^2} = \frac{1}{\gamma_1} \Rightarrow 1-\left(\frac{v_1}{c}\right)^2 = \frac{1}{\gamma_1^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v_1}{c}\right)^2 = 1 - \frac{1}{\gamma_1^2} \Rightarrow \frac{v_1}{c} = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma_1^2}} \Rightarrow v_1 = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma_1^2}}\cdot c$$

con gli stessi passaggi ricaviamo v_2 $\Rightarrow v_2 = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma_2^2}}\cdot c$

$$\text{AUMENTO PERCENTUALE} = \left[\frac{\sqrt{1-\frac{1}{(1,6)^2}}}{\sqrt{1-\frac{1}{(1,3)^2}}} - 1\right]\cdot(100\%) = 22,169\ldots\% \simeq \boxed{22\%}$$