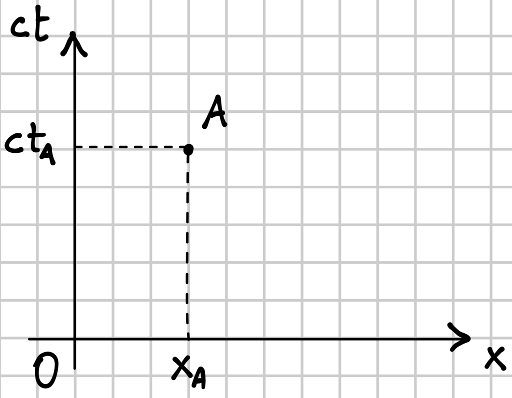
DIAGRAMMI DI MINKOWSKI

Per rappresentare graficamente l'universo degli eventi usiamo il piano (x, ct) detto **DIAGRAMMA DI MINKOWSKI**



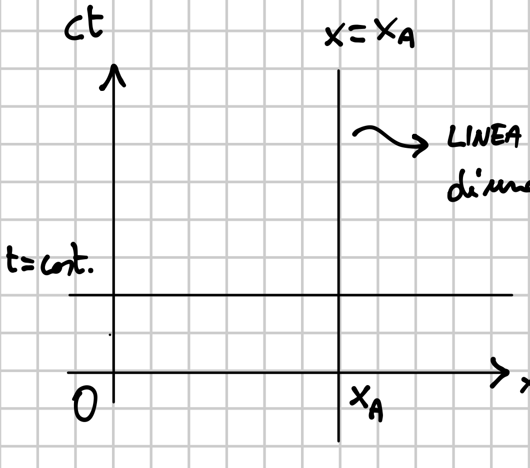
Le coordinate x, ct sono relative a un determinato S.R.I.

EVENTO → punto nel piano (x, ct)

$A(x_A, ct_A)$

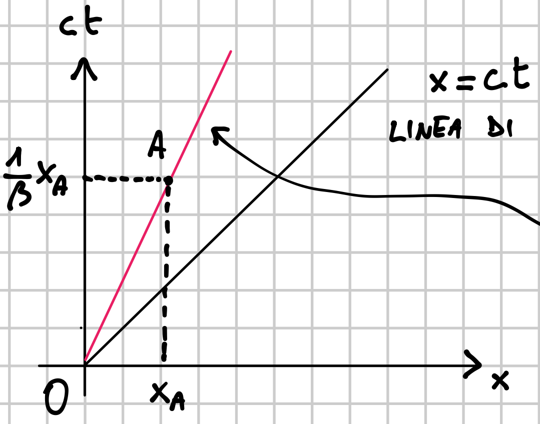
FENOMENO FISICO (successione di eventi) → una linea nel piano

ad es. moto di una particella → LINEA DI UNIVERSO DELLA PARTICELLA



→ LINEA DI UNIVERSO di una particella ferma in x_A

LINEA DI SIMULTANEITÀ = insieme degli eventi che avvengono nello stesso istante t



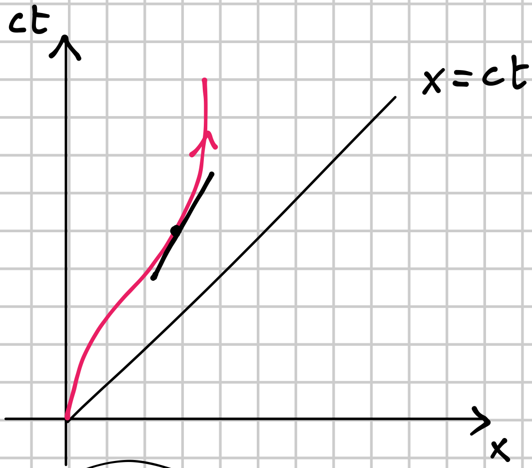
$x = ct$
LINEA DI UNIVERSO di un raggio di luce

LINEA DI UNIVERSO di una particella che si muove con velocità v costante $(t=0, x=0)$

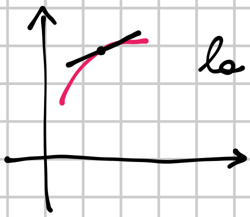
$$x = vt \Rightarrow x = \frac{v}{c} ct \Rightarrow x = \beta ct$$

$$\Rightarrow ct = \frac{1}{\beta} x \qquad \frac{1}{\beta} = \frac{c}{v} > 1$$

Necessariamente la pendenza della linea di universo rossa è > 1

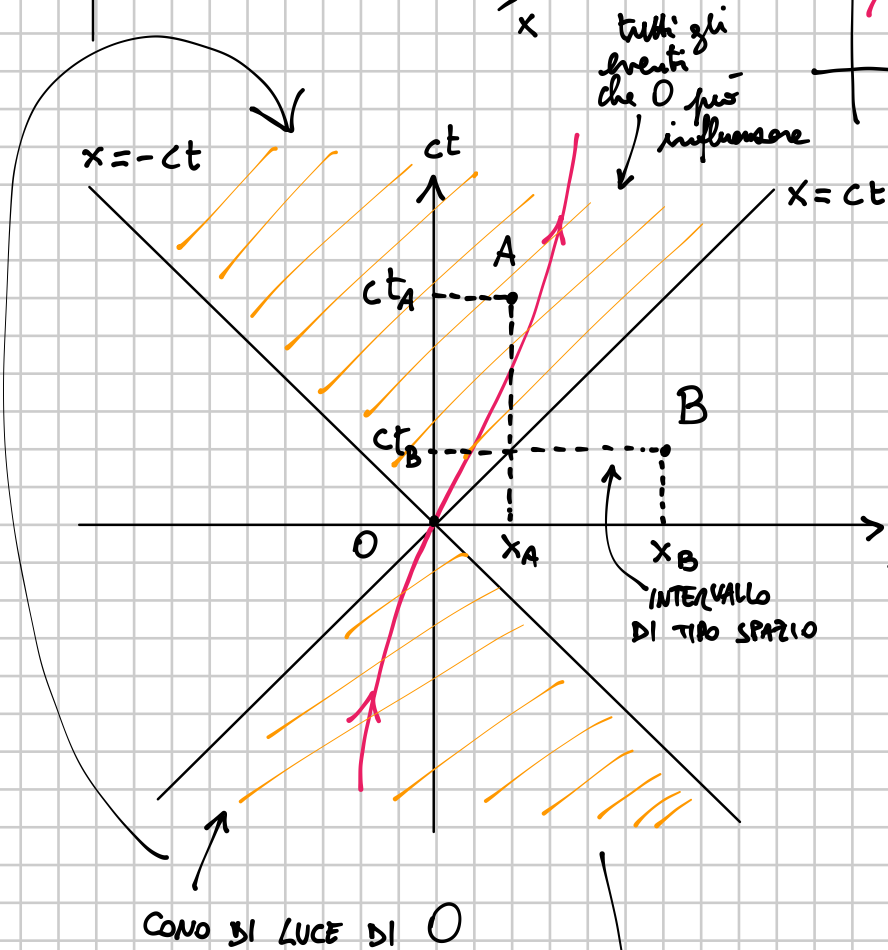


La linea di universo di una qualsiasi particella deve avere in ogni punto pendenza > 1



la particella avrebbe velocità $v > c$

IMPOSSIBILE



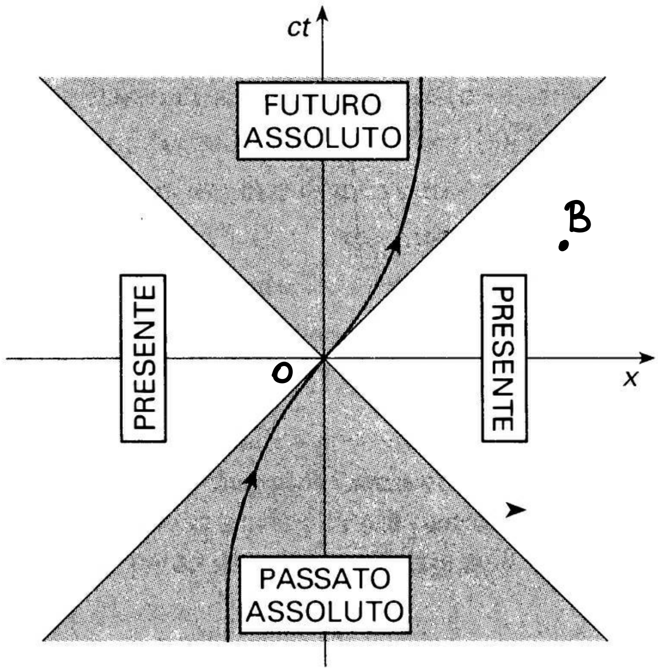
$$ct_A > x_A \Rightarrow c^2t_A^2 > x_A^2$$

$$\Rightarrow \underbrace{c^2t_A^2 - x_A^2}_{\Delta\sigma^2} > 0$$

$\Delta\sigma^2 > 0$ (di OA) INTERVALLO DI TIPO TEMPO

Gli eventi contenuti nel cono-luce di O sono tutti gli eventi CAUSALMENTI CONNESSI CON O

tutti gli eventi che possono aver influenzato O (mediante un segnale o un'interazione)



$\exists$ sempre un S.R.I. in cui O e B sono simultanei

PRESENTE DI O

(ALTROVE DI O)

$\Downarrow$

$\nexists$ S.R.I. in cui O e B avvengono nello stesso luogo

Figura 2.8
Passato assoluto, futuro assoluto e presente (o altrove assoluto) di O. La curva rappresenta la linea di universo di una particella che al tempo $t = 0$ si trova in $x = 0$.

Il discorso svolto per l'origine O vale per qualsiasi evento

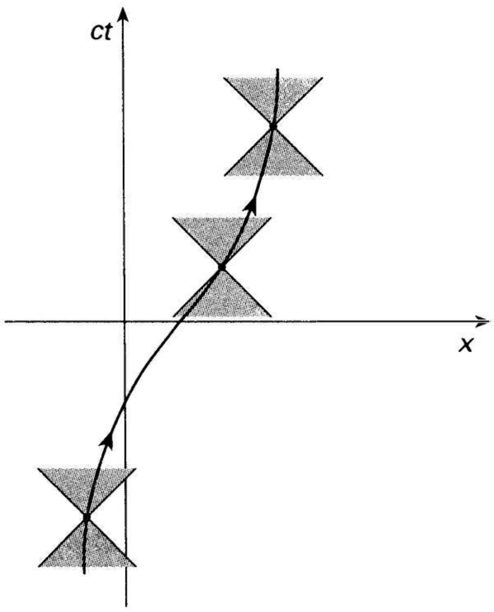
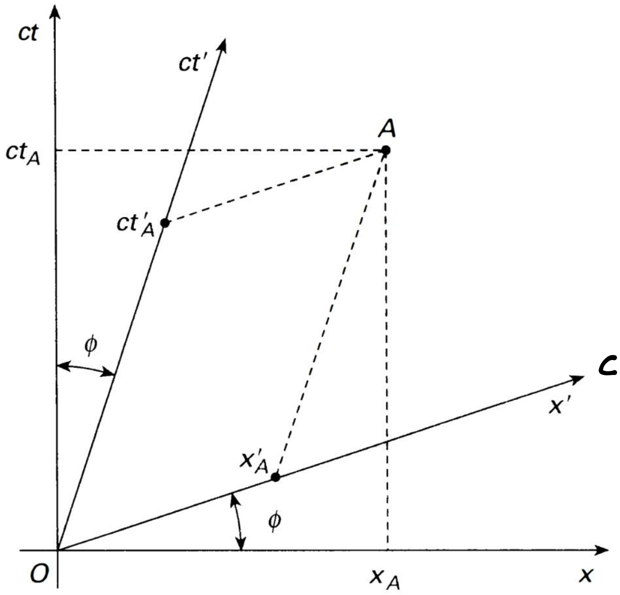


Figura 2.9
La linea di universo di una particella con i coni-luce associati a tre suoi eventi.

Consideriamo un altro S.R.I. S' in moto rispetto a S con velocità v diretto lungo l'asse x



$ct = \beta x$

Figura 2.10
Diagramma di Minkowski per due sistemi di riferimento inerziali in moto relativo uniforme.

$$\phi = \arctan \beta$$

TRASF. DI LORENTZ

$S \rightarrow S'$

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - \beta c t) \\ ct' = \gamma(ct - \beta x) \end{cases}$$

<u>ASSE x'</u> $(t' = 0)$

$\Rightarrow ct = \beta x$

<u>ASSE t'</u> $(x' = 0)$

$\Rightarrow ct = \frac{1}{\beta} x$

nel piano (x, ct)

Il fatto che gli assi x e ct siano ortogonali (e che gli assi x' e ct' non lo siano) è una scelta arbitraria: i due sistemi sono equivalenti e nessuno dei due è privilegiato.

Un evento A che nel piano (x, ct) (cioè in S) ha coordinate (x_A, ct_A), nel piano (x', ct') (cioè in S') ha coordinate (x'_A, ct'_A), che determiniamo geometricamente tracciando le parallele agli assi x' e ct'.

Le SCALE sui due sistemi di assi sono DIVERSE. Infatti deve essere

$$x^2 - (ct)^2 = x'^2 - (ct')^2$$

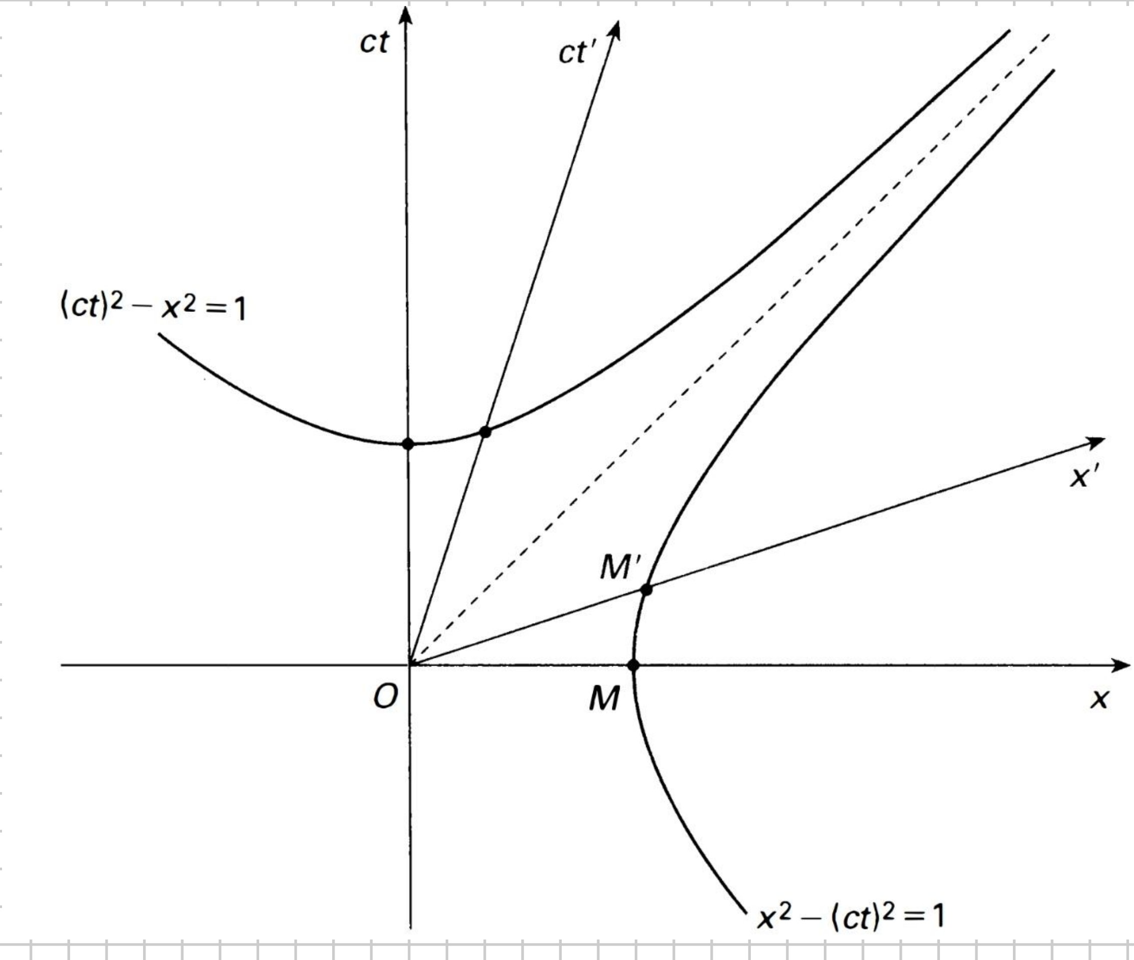
dunque l'iperbole di equazione

$$x^2 - (ct)^2 = 1$$

che interseca l'asse x nel punto $x = 1$, intersecherà l'asse x' nel punto $x' = 1$

$\Downarrow$

i segmenti OM e OM', pur apparendo di lunghezza diversa, sono in realtà di lunghezza uguale e unitaria se rapportati correttamente alle rispettive unità di misura.



Le iperboli che individuano segmenti unitari sugli assi dei due sistemi di riferimento.

LA RELATIVITÀ DELLA SIMULTANEITÀ

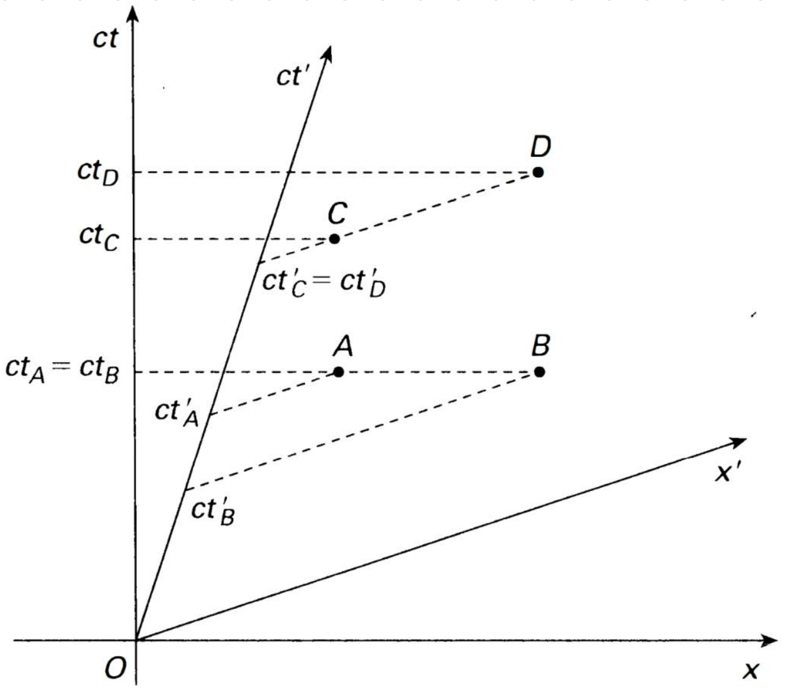
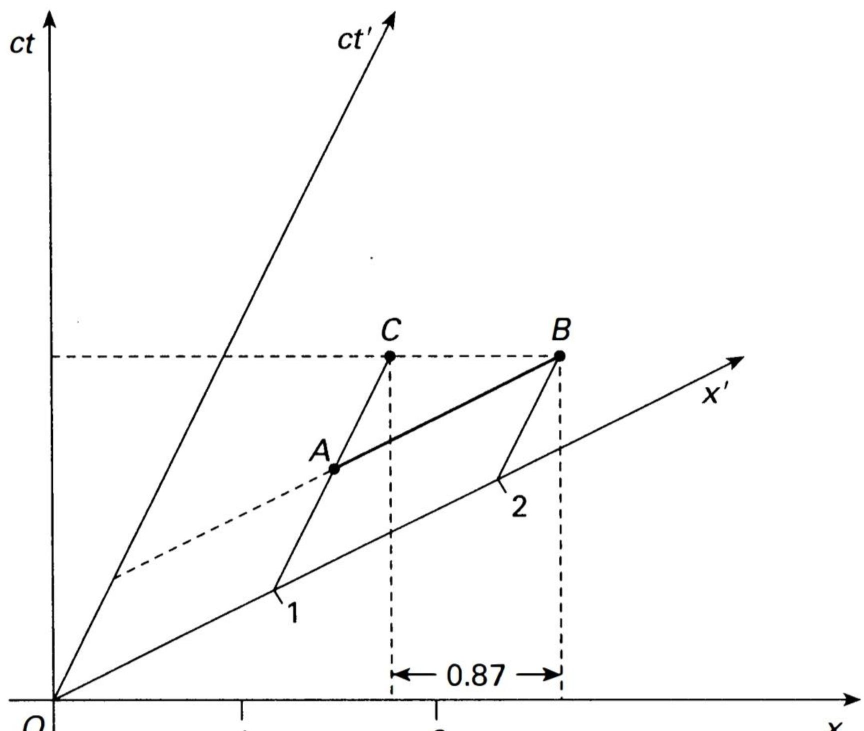


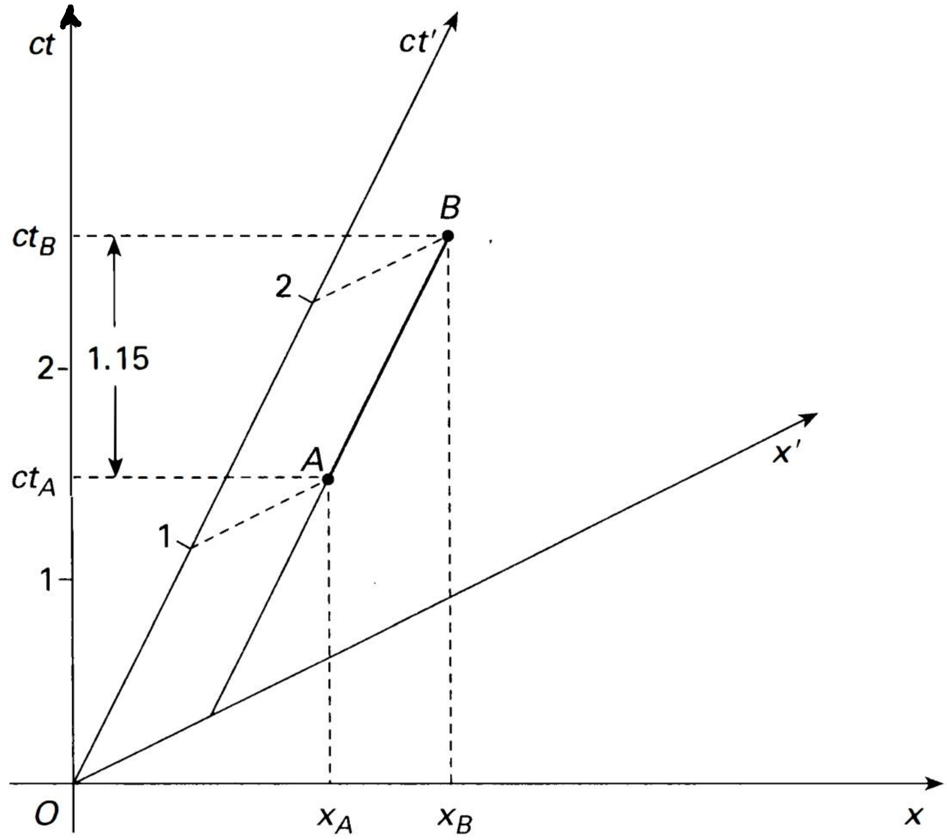
Figura 2.12
Due eventi *A* e *B* simultanei in S non sono tali in S'. Reciprocamente, due eventi *C* e *D* simultanei in S' non sono tali in S.

LA CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE



Contrazione delle lunghezze: un'asta di lunghezza propria $L_0 = 1$ (in S') ha lunghezza $L < 1$ per un osservatore in S. Nel caso rappresentato in figura, $\beta = 0.5$ e $L = 0.87$.

DILATAZIONE DEI TEMPI



Dilatazione degli intervalli temporali: l'intervallo di tempo tra gli eventi A e B vale 1 in S', dove gli eventi si verificano nello stesso punto, ed è maggiore di 1 in S. Nel caso rappresentato in figura, $\beta = 0.5$ e $\Delta t = 1.15$.