Dinamica relativistica

Quantità di moto newtoniana

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

Principio di conservazione della quantità di moto

Se la forza esterna risultante è nulla, la quantità di moto (totale) di un sistema si conserva

Legge di Newton (2ª legge della dinamica)

$$(*) \quad \boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}} \qquad \text{infatti:} \quad \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \boxed{m\vec{a} = \vec{F}}$$

Si verifica sperimentalmente che $\dfrac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{F}$ <u>non è più valido in relatività</u>

Per "salvare" (*) è necessario cambiare la definizione di $\vec{p}$

Quantità di moto relativistica

$$\boxed{\vec{p} = m\gamma\vec{v}}$$

- si conserva negli urti
- per piccole velocità si riduce alla "vecchia" formula newtoniana

$$v \ll c \quad \Rightarrow \quad \gamma \simeq 1$$

2ª legge della dinamica relativistica

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}} \quad \Rightarrow \quad \frac{d(m\gamma\vec{v})}{dt} = \vec{F}$$

m = massa inerziale newtoniana, INVARIANTE RELATIVISTICO (uguale in ogni S.R.I.)

Attenzione! $\vec{F} = m\vec{a}$ <u>non</u> è generalizzabile a $\vec{F} = m\gamma\vec{a}$. Infatti:

$\vec{F} = m\gamma\vec{a}$ vale se $\vec{F} \perp \vec{v}$ (mentre se $\vec{F} \parallel \vec{v}$, allora $\vec{F} = m\gamma^3\vec{a}$)

94 ◆◆◆ Un elettrone in moto a velocità $v = 0{,}90c$ entra in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme, di intensità $B = 2{,}5$ T, perpendicolare alla velocità dell'elettrone.

- Calcola il raggio della traiettoria circolare percorsa dall'elettrone secondo la fisica classica e secondo la dinamica relativistica.
- Calcola di quanto varia il risultato, in percentuale rispetto al valore ottenuto secondo la fisica non relativistica.

[$6{,}1 \times 10^{-4}$ m; $1{,}4 \times 10^{-3}$ m; 130%]

L'elettrone è soggetto alla forza di Lorentz

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B} \perp \vec{v}$$

(in questo caso $\vec{F} = m\gamma\vec{a}$ vale!)

FISICA CLASSICA

$$ma = F_L \Rightarrow m\frac{v^{\cancel{2}}}{r} = e\cancel{v}B$$

$$\Rightarrow r = \frac{mv}{eB} = \frac{(9{,}11\times10^{-31}\,\mathrm{kg})(0{,}90)(3{,}0\times10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})}{(1{,}602\times10^{-19}\,\mathrm{C})(2{,}5\,\mathrm{T})} = 6{,}141\ldots\times10^{-4}\,\mathrm{m}$$

$$\simeq \boxed{6{,}1\times10^{-4}\,\mathrm{m}}$$

IL RISULTATO DELLA FISICA CLASSICA È INADEGUATO (0,90c È UNA VELOCITÀ RELATIVISTICA)

FISICA RELATIVISTICA

$$m\gamma a = F_L \Rightarrow m\gamma\frac{v^2}{r} = evB$$

$$\Rightarrow r = \frac{m\gamma v}{eB} = \underbrace{(6{,}141\ldots\times10^{-4}\,\mathrm{m})}_{\text{risultato precedente}}\frac{1}{\sqrt{1-(0{,}90)^2}} = 14{,}0897\ldots\times10^{-4}\,\mathrm{m}$$

$$\simeq \boxed{1{,}4\times10^{-3}\,\mathrm{m}}$$

r_C = raggio "classico" $\qquad$ r_R = raggio "relativistico"

$$\frac{\Delta r}{r_C} = \frac{r_R - r_C}{r_C} = \frac{r_R}{r_C} - 1 = \gamma - 1 = \frac{1}{\sqrt{1-(0{,}90)^2}} - 1 = 1{,}294157\ldots$$

$$\simeq 1{,}3 = 130\%$$

51 ◆◆◆ Per formare dell'acqua, vengono usati $m_1 = 2{,}0$ kg di idrogeno e $m_2 = 16{,}0$ kg di ossigeno. Il processo di formazione libera circa $2{,}0 \times 10^8$ J di energia.

▶ Calcola la quantità di massa perduta nella produzione dell'acqua.

[$2{,}2 \times 10^{-9}$ kg]

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \Rightarrow \Delta m = \frac{2{,}0 \times 10^8 \text{ J}}{\left(3{,}0 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2} = 0{,}2222\ldots \times 10^{-8} \text{ kg}$$

$$\simeq \boxed{2{,}2 \times 10^{-9} \text{ kg}}$$

52 ◆◆◆ Considera una particella di massa $m = 1{,}0 \times 10^{-26}$ kg, in quiete nel sistema di riferimento del laboratorio, che decade e si divide in due parti uguali, ognuna di massa $0{,}45m$.

▶ Calcola l'energia emessa nel decadimento.

[$9{,}0 \times 10^{-11}$ J]

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = (m - 2 \cdot 0{,}45\, m) \cdot c^2 = (1 - 0{,}90)\, m \cdot c^2 =$$

$$= 0{,}10\, m c^2 = 0{,}10 \left(1{,}0 \times 10^{-26} \text{ kg}\right)\left(3{,}0 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 =$$

$$= \boxed{9{,}0 \times 10^{-11} \text{ J}}$$